3. kapitola ŘEČ DAT – Čteme a vyhodnocujeme data v různých zobrazeních

Vstup do tématu

Třetí kapitola, která se zaměřuje na čtení a vyhodnocování dat zachycených např. v obrázkovém schématu, tabulce nebo sloupcovém diagramu, vychází z první uvolněné úlohy šetření TIMSS 2023 (ME61211).

Při analýze písemných řešení žáků se ukázalo, že nejčastější příčina chybných řešení úlohy ME61211 se netýkala ani tak matematického obsahu, jako spíše nedostatků žáků ve čtení s porozuměním. Tím máme na mysli jejich porozumění „jazyku“ obrázků a jejich organizaci. Tato úloha vyžaduje, aby žák porozuměl jak textové, tak obrázkové části zadání. Použitá vizualizace dat není v učebnicích matematiky pro 1. stupeň obvyklá, tedy žák si při prvním přečtení zadání úlohy pravděpodobně nevybaví obdobnou úlohu, kterou již někdy řešil a jejíž postup řešení by mohl napodobit.

Z analýz žákovských řešení také vyplynulo několik komplikujících jevů, s nimiž se žáci potýkali při uchopování zadání úlohy. S těmito jevy proto cíleně pracujeme i v jednotlivých úlohách na pracovních listech této kapitoly, a to tak, že se jim buď vyhneme, abychom nezatížili žákovo porozumění zadání úlohy, nebo naopak na ně zaměříme pozornost při rozboru úlohy se žáky.

Komplikace vyplývající z použitých komunikačních módů

- **Zadání úlohy je tvořeno údaji** ve třech módech – textem, obrázkem neboli ikonou a vysvětlivkami k obrázku. Pro získání potřebných informací k řešení úlohy je třeba tyto tři módy propojit, přičemž ve vysvětlivkách jsou použity stejné ikony jako v obrázku.

Komplikace vyplývající z grafiky

- **Vizuální informace** v obrázku je zvýrazněna orámováním. To může vést žáka k jejímu upřednostnění, přehlédnutí nebo podcenění zbylé části zadání.
- **Opakující se zadání vysvětlivek.** Slovní formulace vysvětlivky „jedno jablko představuje 10 jablek“ působí poněkud nesrozumitelně. Není uvedeno, že jeden obrázek jablka zastupuje pak 10 kusů jablek.
- **Uspořádání obrázků** ovoce do řádků a sloupců v rámečku může vést k interpretaci, že pokud některý řádek není „dokončený“, některé ovoce chybí.

Komplikace vyplývající z jazyka

- **Použití slova „představuje“** v této situaci pro žáky nebývá běžné. Obvykle se s ním setkávají v jiném kontextu.
- Kombinace **nadřazeného pojmu** ovoce s **podřazenými pojmy** jablko, hruška a banán. Navíc podle našich zkušeností některé děti nepovažují banán za ovoce.

Pracovní list 9

Cíl:

- Žák se orientuje v textovém zadání úlohy a v obrázkovém schématu s vysvětlivkami.
- Žák formuluje otázky, na které lze najít odpovědi ze zadání úlohy.

Úloha 1 (PL 9)

Množství výše uvedených komplikujících jevů znesnadňuje žákům již první fázi uchopování úlohy. Proto v úloze 1 pracujeme nejprve jen se samotným zadáním, tedy s popisem situace, ale bez otázek k řešení. Předejdeme tak tomu, že někteří žáci začnou úlohu hned řešit a nebudou věnovat pozornost diskusi o zadání. Naším úkolem je zajistit, aby zadání dobře porozuměli pokud možno všichni žáci. Za tímto účelem představíme jednu z možných technik, která vede k porozumění textu a kterou lze využít ve všech aktivitách založených na práci s textem, zejména při řešení slovních úloh.[1] Tato technika se může jevit jako časově náročná, avšak velmi důležitá. Velice vhodné je tuto část uchopování

[1] Technika *Všímám si / Zajímá mě* je popsána v Babanová, A., 2019, Dvanáct ověřených metod pro rozvoj kolegiální spolupráce, Gender Studies, o.p.s., https://aa.ecn.cz/img_upload/8b47a03bf445e4c3031ce326c68558ae/dvanact_overenych_metod_a4_web_opr_publicita.pdf.

úlohy realizovat jako práci s textem z dotace hodin českého jazyka, čímž navíc propojíme dva klíčové vyučovací předměty.

1. Levý sloupec tabulky

Žáci si nejprve samostatně prostudují zadání úlohy, které popisuje určitou situaci, a pokusí se v něm zorientovat. V tom jim pomůže výzva, aby se zamysleli nad tím, co v zadání vidí, čeho zajímavého si všimli a jaké informace lze ze zadané situace vyčíst. Své postřehy a nápady si zaznamenávají do levého sloupce tabulky připravené pod textem.

Úkol má dva cíle:

(1) aktivizace myšlení všech žáků,

(2) rozvoj schopnosti zaznamenat své myšlenky tak, aby bylo možné se k nim později vrátit, dále s nimi pracovat a v následující diskusi je rozvíjet.

2. Společná diskuse

a) Žáci, nejlépe v kruhu na koberci, sdílejí své myšlenky, které čtou ze svých poznámek na pracovním listu. Učitel na tabuli zapisuje vyslovené myšlenky žáků a podněcuje o nich diskusi, kterou moderuje. Tabule se tak stává důležitým nositelem sdílených nápadů a myšlenek, proto je důležité, aby na ni všichni žáci viděli.

b) V diskusi nad sepsanými nápady a postřehy žáků na tabuli společně vybereme a vyznačíme ty, které lze brát za nosné pro správné uchopení situace.

Komentář

a) Do společné diskuse žáci přinášejí nápady ze svých vlastních záznamů nebo další postřehy, které je napadly v reakci na nápady spolužáků a probíhající diskusi. Posuzují pravdivost a smysluplnost jednotlivých návrhů i srozumitelnost jejich formulace a porovnávají je se svými vlastními návrhy. Jednotlivé návrhy nikdo nehodnotí jako lepší či horší; zvažuje se pouze to, zda odpovídají popsané situaci. Učitel tak na tabuli zaznamená celou škálu postřehů – od zcela evidentních, jako je například počet jablek, až po složitější, jako je například výklad propojení vysvětlivek se schématem prodeje. Učitel diskusi moderuje a vede žáky k formulování a zpřesňování jejich myšlenek, ke vzájemnému naslouchání, ověřování pravdivosti jednotlivých tvrzení a k dalšímu rozvíjení myšlenek spolužáků. Zároveň usiluje o aktivní zapojení všech žáků. Může toho dosáhnout například tím, že přednostně poskytne prostor ke sdílení žákům, kteří mají obtíže s formulováním svých myšlenek nebo se hůře orientují v nově otevíraných problémech. Cílem diskuse je dobré porozumění úlohové situaci.

Učitel zapisuje nápady žáků na tabuli a ověřuje u jejich autorů, zda zapsaná formulace skutečně vystihuje to, co chtěli sdělit. Dbá tak na to, aby do jejich myšlenek nevnášel vlastní interpretaci ani je za žáky „nevylepšoval“. Na hledání stručnějších a srozumitelnějších formulací, zejména tam, kde žáci své myšlenky vyjadřují obtížně nebo krkolomně, se podílejí všichni společně. Učitel následně vyzve žáky, aby porovnali své vlastní záznamy s formulacemi zaznamenanými na tabuli a případně nabídli jejich srozumitelnější či přesnější podobu. Žáci tak kultivují své komunikační dovednosti.

Pro další podporu rozvoje jazykových dovedností učitel žáky vyzve, aby si i v průběhu společné diskuse třídy doplňovali poznámky o další nápady, zajímavé myšlenky, popřípadě o formulace, které považují za důležité zaznamenat. Vhodné je, aby si žáci pod původními poznámkami vyznačili čáru a nové poznámky zapisovali pod ni. Toto rozlišení původních a nových myšlenek může učitel využít při sebereflexi zaměřené na rozvoj metakognice žáků.

b) Diskuse třídy nemusí končit úplným vyčerpáním všech nápadů žáků. Jakmile začne ztrácet dynamiku a nepřináší již další hlubší myšlenky, učitel vyzve žáky, aby porovnali myšlenky zapsané na tabuli. Jejich úkolem je vybrat a označit jen několik těch, které považují v dané situaci za nejpodstatnější a které by podle nich neměly uniknout naší pozornosti.

3. Pravý sloupec tabulky + úloha 2 (PL 9)

Dalším krokem je formulace otázek, na které je možné ze zadání a zapsaných myšlenek nalézt odpověď.

Žáci pracují ideálně ve čtyřčlenných skupinách, ve kterých společně diskutují a do pravého sloupce tabulky na pracovním listu zapisují otázky, které je k zadané situaci napadají. Každá skupina pak vybere jednu otázku, na kterou má připravené řešení, a položí ji ostatním skupinám (viz úloha 2).

4. Diskuse otázek

Následně každá skupina představí svou vybranou otázku a celá třída společně hledá odpověď. Jednotlivá řešení poté žáci porovnají a posoudí, zda byla otázka formulována jasně a zda na ni bylo možné jednoznačně odpovědět.

V závěru této aktivity žáci společně vyhodnotí, která z navržených otázek jim přišla nejzajímavější, nejnáročnější, nejednoznačná apod.

Úloha 3 (PL 9)

Na závěr vyučování každý žák samostatně řeší úlohu 3, tedy tak, jak byla zadána v rámci TIMSS 2023.

Úloha slouží učiteli k ověření míry porozumění problému u jednotlivých žáků. Její vyřešení žáky je důkazem o učení. Podle výsledků si učitel naplánuje využití dalšího pracovního listu.

Na pracovním listu je zařazeno také **sebehodnocení**, které žákovi umožňuje posoudit, nakolik naplňuje stanovená kritéria úspěšnosti. Přestože se graficky liší od předchozích forem sebehodnocení, princip zůstává stejný – využívá motiv z úlohy, se kterou žák pracoval. Jednotlivé druhy ovoce představují jednotlivá kritéria a žák míru jejich zvládnutí vyjadřuje počtem vybarvených kusů ovoce v rámečku. Počet kusů ovoce od každého druhu odpovídá známé škále z předchozích úloh JČTÚ.

Pracovní list 10

Cíl:

- Žák si upevní zkušenosti získané při řešení úloh v PL č. 9 (orientace v textovém zadání úlohy a v obrázkovém schématu s vysvětlivkami) prostřednictvím analogické úlohy.

Úloha může být zařazena na začátku hodiny jako opakování nebo využita pro samostatnou práci žáků, která poskytne zpětnou vazbu o tom, nakolik již dokážou dané úlohy řešit samostatně. Vhodná je také pro skupinovou práci. Volba způsobu práce by měla vycházet z míry porozumění, kterou žáci prokázali v úloze 3 na předchozím PL 9.

Otázky navržené k zadané situaci v úloze jsou gradované od nejjednodušších po nejsložitější, což umožní sledovat úroveň porozumění u jednotlivých žáků. Řešení série gradovaných úloh dává také žákovi dobrou zpětnou vazbu o míře jeho porozumění, o jeho dovednostech řešit tento typ problémů. Postřehy jednotlivých žáků o jejich zpětné vazbě získané řešením úloh je vhodné alespoň ústně reflektovat diskusí se třídou.

Pracovní list 11

Cíl:

- Žák se orientuje ve schématu zápisu čísel pomocí evidence počtu prvků v jeho jednotlivých řádech.
- Žák aplikuje poznaný způsob pro zápis dalších čísel.
- Žák popíše, jak přesun jednoho prvku jistého řádu do jiného řádu ovlivní výsledné číslo.

Úloha 1, 2 (PL 11)

Úlohy jsou určeny především žákům, kteří potřebovali výraznou podporu při řešení úkolů na PL 9, popř. 10.

Lze je tedy využít, pokud učitel zjistí, že žáci nebyli schopni úlohu vyřešit ani po společném rozboru jejího zadání. Sérii úloh na tomto pracovním listu lze však velmi dobře využít také jako doplňující materiál v rámci jiné vyučovací hodiny, například pro žáky, kteří pracují rychleji.

Úloha 3 (PL 11)

Úlohu 3 na tomto PL doporučujeme do výuky zařadit. Žáci si v ní nejen dále upevňují schopnost orientovat se ve schématu a pracovat s daty zaznamenanými v tabulce, ale zároveň si prohlubují porozumění řádu přirozených čísel zapsaných v desítkové soustavě.

Pracovní list 12

Zahájení práce

Pracovní listy 12–16 nabízejí sérii úloh ideálně pro několik na sebe navazujících vyučovacích jednotek. Situace v úlohách vychází ze sledování a evidování průjezdu různých dopravních prostředků daným místem v daný časový úsek.

Úlohy na těchto pracovních listech mohou navazovat na předchozí listy, ale lze je využít také jako samostatný blok. V každém případě je při výskytu větších obtíží s porozuměním vhodné vrátit se k úlohám z předchozích pracovních listů.

Ideálním způsobem otevření úloh je přímá zkušenost žáků: žáci půjdou sledovat, kolik aut a dalších dopravních prostředků v daném čase projede po silnici např. u jejich školy. Žáci by si měli sami navrhnout organizaci sledování a způsob zapisování dat a měli by také rozhodnout, jak dlouho budou sledování realizovat. Nakonec se domluví, jak svá data zpracují, jakým způsobem je znázorní a jak je představí ostatním.

Cíl:

- Žák vyhledá odpovědi v obrázkovém schématu s vysvětlivkami.
- Žák vytvoří stejný způsob záznamu pro analogickou situaci.

Úloha 1 (PL 12)

Zadání úlohy 1 nabízí žákům zřejmě neobvyklý způsob záznamu sledování počtu a typu aut, která projela po silnici.

Pokud nyní nenavazujeme na řešení úloh uvedených na předchozích pracovních listech, je potřeba se více zaměřit na uchopení zadání, aby se v něm žáci dobře orientovali. To by mohlo probíhat např. společnou diskusí třídy.

Otázky a) až c) směřují nejen k ověření schopnosti orientovat se v zadání úlohy, ale také k rozvoji čtenářské gramotnosti. Z tohoto důvodu může žákům činit obtíže **úloha c)**. Je formulována delším textem, který obsahuje souvětí a podmiňovací způsob slovesa. Obtíže může způsobovat také spojení „třikrát více než“. Tyto jazykové jevy mohou některým žákům komplikovat porozumění zadání.

Úlohy na tomto pracovním listu je proto vhodné zadat jako skupinovou práci. Žáci tak dostanou prostor ke společnému uchopení zadání, porovnání jeho porozumění a diskusi nad řešením.

Úloha 2 (PL 12)

Úloha se bude žákům řešit lépe ve skupině, protože společně snadněji vytvoří návrh a precizují formulaci svého nápadu do písemné podoby. Po každé skupinové práci je vhodné vzájemně mezi skupinami sdílet řešení, poznatky i překážky, které žáci při řešení překonávali.

Úlohu lze zadat také jako důkaz o učení v rámci individuální práce, například pro ověření porozumění u jednotlivých žáků.

Pracovní list 13

Cíl:

- Žák doplní do tabulky chybějící údaje, které vyhledá v textu.
- Žák doplní údaje do diagramu na základě údajů v tabulce.
- Žák porovná údaje zaznamenané v tabulce a diagramu.
- Žák vyhledá chybějící údaje v diagramu/tabulce a zpracuje je z tabulky do diagramu a obráceně.

Úloha 1 (PL 13)

Úlohu žáci řeší nejdříve individuálně a poté sdílejí svá řešení ve dvojici. Předpokládáme, že po předchozích zkušenostech s evidencí dat do tabulky by úloha neměla činit žákům větší obtíže. Je přínosné, když žáci, kteří mají tabulku hotovou, si vzájemně kontrolují svá řešení. Po kontrole pak mohou nabídnout pomoc těm, kteří ji potřebují a řeknou si o ni.

Úloha 2 (PL 13)

Příležitost k obohacení zkušeností se sloupcovými diagramy nabízí společná diskuse nad řešením úlohy 2. Učitel může podněcovat diskusi otázkami typu:

- *Kde vidíme záznam, kolik osobních aut projelo v pondělí?*
- *Proč mají sloupce v diagramu různé barvy?*
- *Jak poznáme, co který sloupec zachycuje?*
- *Který údaj nám chybí u pondělí?*
- *Kde jej můžeme najít?*
- *Jakým způsobem jsou počty jednotlivých dopravních prostředků do diagramu zaznamenány?*

Společně pak na tabuli přeneseme do diagramu údaj vyhledaný v tabulce o počtu nákladních aut, která po silnici projela v pondělí. V další části pokračují žáci samostatně, případně ve dvojicích nebo menších skupinách, pokud někdo potřebuje pomoc.

Úloha 3 (PL 13)

Tato úloha je náročnější, protože žáci porovnávají dva různé způsoby záznamu dat (tabulku a diagram) a doplňují, co v jednom nebo druhém způsobu chybí. Úloha tak dobře prověří míru porozumění souvislostem mezi daty v tabulce a diagramu, schopnost číst informace z obou zdrojů a správně je zaznamenávat.

Za přínosnou považujeme skupinovou práci při řešení úlohy. Diskuse nad porovnáváním dat v tabulce a diagramu a společné určování, která chybějící data je třeba doplnit, odkud je získat a kam je zaznamenat, přispějí k hlubšímu porozumění tomu, jak data číst, zaznamenávat je do tabulky či diagramu a přenášet je z jednoho do druhého.

Pracovní list 14

Cíl:

- Žák vyhledá potřebná data v diagramu a využije je pro řešení úloh.
- Žák na základě vyhodnocení dat formuluje predikci budoucího chování dat.

Otázky navazují na informace z předchozích úloh a dávají dohromady získaná data ze sledování počtu aut za jednotlivé dny. Tato data jsou zpracována do vizuální podoby pomocí sloupcového diagramu. Stupnice diagramu nezačíná od jedné, ale až od čísla 25. Počkejme, zda si žáci této skutečnosti sami všimnou, např. při řešení prvních úloh, a sledujme, zda jim způsobí nějaké komplikace. V diskusi budeme hledat odpovědi, proč tomu tak je, zda data i přesto odpovídají datům, se kterými jsme pracovali v předchozích úlohách, a proč bylo jako výchozí číslo na stupnici zvoleno zrovna číslo 25.

Úlohy a) až d) jsou zaměřeny na ověření dovednosti orientovat se v diagramu (histogramu) a žáci je proto mohou řešit postupně a samostatně. V třídní diskusi pak porovnávají a zdůvodňují svá řešení. Každý žák tak získává zpětnou vazbu o své schopnosti řešit danou úlohu samostatně a zároveň o tom, zda dokáže aplikovat způsoby řešení prezentované ostatními žáky.

Poslední **úloha e)** je zaměřena na predikci s oporou o životní zkušenosti žáka. Neexistuje správné nebo chybné řešení této úlohy. Jde jen o to, jakým tvrzením žák zdůvodňuje své řešení. Např.: „V neděli pojede přibližně stejně aut jako v pátek, protože se lidé, co jeli na víkend pryč, zase vracejí.“ apod.

Pracovní list 15

Cíl:

- Žák určí aritmetický průměr malého souboru dat.

Předpokládáme, že žáci jsou již zorientováni v předloženém sloupcovém diagramu. Cílem pracovního listu je zavést pojem (aritmetický) průměr. Samotné slovo průměr přitom není explicitně vymezeno, ale je zavedeno pomocí dvou konkrétních ukázek procesu, jak jej zjistit. Při úvodní diskusi učitel monitoruje znalosti žáků a případně zapíše jednotlivé názory na tabuli, aby se k tomu ke konci hodiny mohl vrátit. Poté si žáci buď samostatně, nebo ve skupinkách přečtou podúlohu a) a snaží se porozumět tomu, jak dvě děti z údajů o dvou sledovaných dnech zjišťují **průměrný** počet aut za den. Zároveň si vzájemně vysvětlují jejich postup.

Marek popsal svůj postup a nyní je na žácích, aby odhalili, jakým způsobem získal průměr 46 z čísla 92 (45 + 47). Žáci brzy přijdou na to, že číslo 92 vydělil dvěma. Je vhodné vyzvat žáky, aby zdůvodnili, proč Marek dělil právě dvěma.

Eliška přišla s jinou myšlenkou, která vychází z vizualizace a manipulace, nikoli z výpočtu. Všimla si, že když přenese jeden křížek ze sloupce středa do sloupce úterý, budou sloupce stejně vysoké – 46 aut. A právě tato hodnota odpovídá průměru. Porozumění oběma postupům prověřuje podúloha b). Průměr za pondělí a úterý je 48; Eliška by přemístila tři křížky. Průměr za čtvrtek a pátek je 54; Eliška by přemístila čtyři křížky.

Následuje diskuse o výhodách a nevýhodách postupu Marka a Elišky. Každý z nich má své plusy i minusy – Markův postup je rychlý, využitelný pro velká čísla nebo pro počítání průměru za více dní (např. (45 + 47 + 50 + 58) : 4 = 50). Eliščin postup dává vizuální informaci o tom, co je průměr. Učitel vyzve žáky, kteří již úloze dobře rozumějí, aby vysvětlili, jak by Eliška postupovala, kdyby neznala konkrétní počty aut v jednotlivých dnech. Tím jsou žáci vedeni k práci s neurčitým číslem a ke zobecňování.

Sebehodnocení k tomuto PL je uvedeno na úvodní straně kapitoly 3.

Pracovní list 16

Cíl:

- Žák určí chybějící údaj na základě znalosti aritmetického průměru malého souboru dat.
- Žák řeší úlohy s využitím vazby mezi průměrem a jednotlivými daty.

Řešením podúlohy c) prohlubujeme porozumění pojmu „průměrný počet“ tím, že postupujeme od výsledku zpět. Známe průměrný počet aut za sobotu a neděli (37), z diagramu zjistíme počet aut za sobotu (25) a následně určujeme počet aut za neděli. Je vhodné, aby si žáci vyzkoušeli oba postupy, Markův i Eliščin. Eliška: Do obou sloupců, soboty i neděle, doplním křížky do 37. Spočítám, kolik křížků je v sobotu nad číslem 25: 37 − 25 = 12. Těchto 12 křížků „vrátím“ do neděle. Vyjde mi 49: 37 + 12 = 49. Marek: Celkem za sobotu a neděli projelo 74 aut: 37 + 37 = 74. V sobotu projelo 25 aut, takže v neděli projelo 74 − 25 = 49 aut. Eliščin postup pravděpodobně ocení zejména žáci, kteří si zatím nevytvořili dobrou představu o číslech a operacích s nimi. Učitel je může nechat u Eliščina postupu tak dlouho, dokud pro ně bude použitelný. Postupně pak mohou pocítit potřebu přejít k Markovu způsobu řešení.

Řešením podúlohy d) dále prohlubujeme porozumění vazbě mezi průměrem a jednotlivými daty. Žák, který rychle odpoví na otázky (o 1 větší, o 1 menší, o 3 větší, o 2,5 větší), již postupu výpočtu průměru dobře rozumí a pravděpodobně preferoval postup Elišky. Ten žák, který znovu počítá (51 + 47) : 2 = 49, je na dobré cestě.

Řešením podúlohy e) rozvíjí žák svou schopnost analogie. Návod na výpočet průměru za tři dny formuluje analogicky k návodu pro dva dny. Oba dva návody, Marka i Elišky, je zde možné využít.

Řešením podúlohy f) žák prohlubuje porozumění vazbě mezi průměrem a celkovým počtem. Celkový počet by se zvýšil o 6 (3 × 2).