

Úloha | Navigování

Úloha ilustruje uvažování v geometrickém kontextu a možnosti, které poskytuje počítačové testování matematické gramotnosti.

Úvod

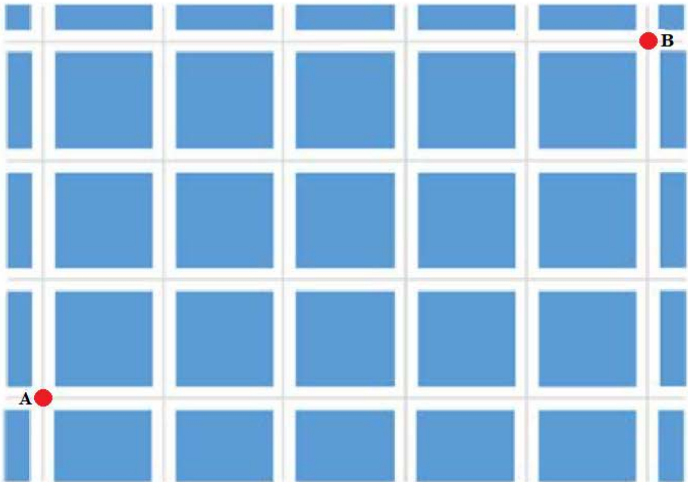
Navigování
Úvod

Přečti si úvodní pokyny. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Nejkratší vzdálenost mezi dvěma body je délka úsečky, která je spojuje. Ve městě se však nelze obvykle pohybovat po přímce. Podívej se na mapu níže. Šedé čáry představují silnice a modré čtverce budovy.

V úloze prozkoumáš různé strategie pro plánování trasy z jednoho bodu do druhého v tomto městě.



Navigování
Úvod – pokračování

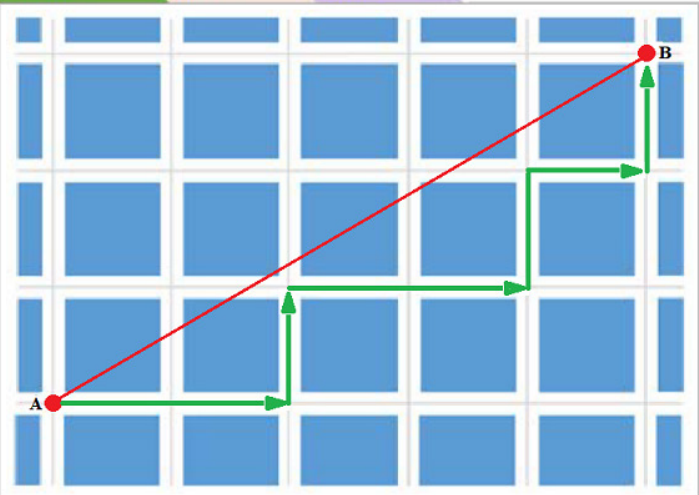
Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa
Bobova trasa
Katčina trasa



Navigování

Úvod – pokračování

Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

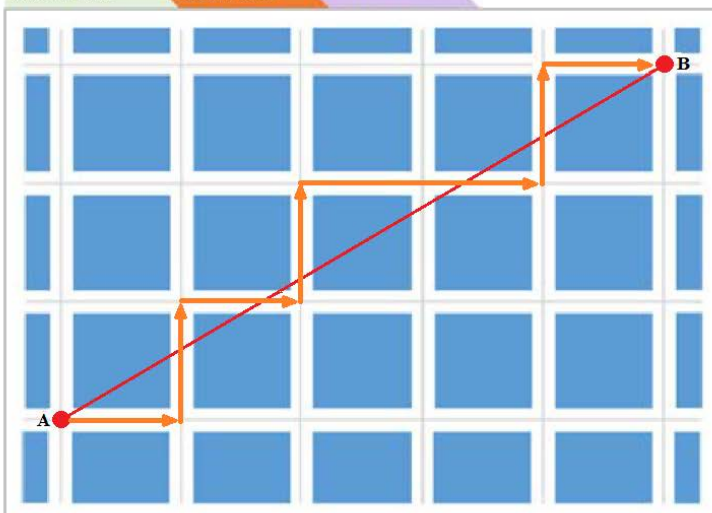
Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa

Bobova trasa

Katčina trasa



Navigování

Úvod – pokračování

Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

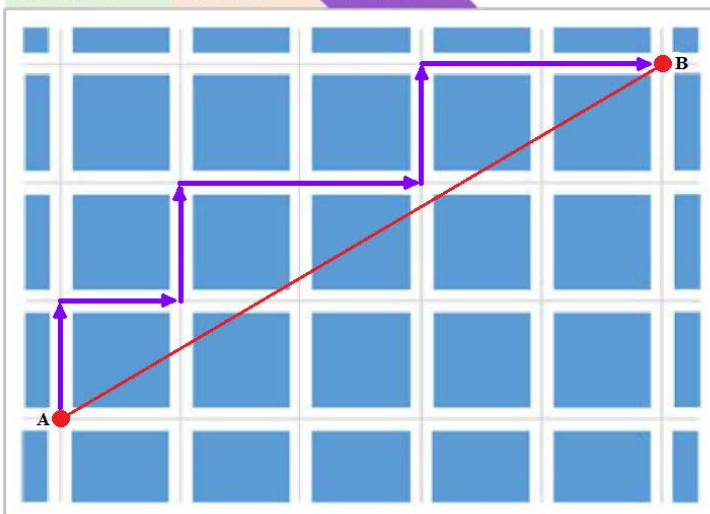
Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa

Bobova trasa

Katčina trasa



První obrazovka úvodu seznamuje žáky s kontextem úlohy a jejím záměrem. Druhá obrazovka úvodu obsahuje tři záložky, mezi kterými mohou žáci přepínat. Na každé z nich je představena jedna ze tří popsaných tras z místa A do místa B (viz tři obrázky výše).

Otázka 1

NAVIGOVÁNÍ
Otázka 1/2

Pomocí myši přesuň bod A na různé kroužkem označené křižovatky – pro každou polohu bodu A se na plánu znázorní trasa pro jednotlivé strategie, jak se dostat z bodu A do bodu B. Odpovídající vzdálenosti se zapíše do tabulky.

Zjistiš, že bez ohledu na počáteční polohu jsou Annina trasa, Bobova trasa a Katčina trasa všechny stejně dlouhé pro každou cestu z bodu A do bodu B.

Vysvětli, proč všechny tři strategie vytvoří trasy, které jsou stejně dlouhé.

NAVIGOVÁNÍ

Poloha bodu A	Vzdálenost z bodu A do bodu B (v jednotkách)		
	Annina trasa	Bobova trasa	Katčina trasa
1			
2			
3			
4			

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Odpovídající vysvětlení.

Komentář

Při studiu tras v úvodu by si žáci měli uvědomit, že jsou všechny stejně dlouhé. V otázce 1 jsou vyznačeny čtyři různé polohy bodu A. Po přesunutí bodu A do libovolné z těchto poloh se znázorní všechny tři trasy popsané v úvodu a do tabulky se doplní jejich délky. Žáci mají za úkol vysvětlit, proč jsou vždy pro danou polohu všechny tři trasy stejně dlouhé. Plánek města představuje čtvercovou síť, body A, B leží v průsečících čar sítě a všichni se pohybují po čarách sítě vpravo a nahoru (pouze ve směru k bodu B). Délka nejkratší trasy je rovna součtu vodorovných a svislých jednotek, což odpovídá součtu délek odvěsen pravoúhlého trojúhelníku s přeponou AB, kdy třetí vrchol leží v průsečíku vodorovné čáry mřížky procházející bodem A a svislé čáry mřížky procházející bodem B. Pokud se pohybujeme pouze dvěma navzájem kolmými směry orientovanými k bodu B, nezávisí délka trasy na zvolené strategii a je rovna délce nejkratší trasy. Tabulka s doplněnými vzdálenostmi:

Poloha bodu A	Vzdálenost z bodu A do bodu B (v jednotkách)		
	Annina trasa	Bobova trasa	Katčina trasa
1	7	7	7
2	5	5	5
3	4	4	4
4	3	3	3

Otázka 2

Navigování

Otázka 2/2

Do mapy byly přidány tři úhlopříčné ulice.

Nejkratší cesta z bodu C do bodu B měří bez použití úhlopříčných ulic 7 jednotek.

U každého tvrzení označ buď „Pravda“, nebo „Nepravda“, a svůj výběr zdůvodni.

1. Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 1 a je kratší než 7 jednotek.

☐ Pravda
☐ Nepravda

2. Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 2 a je kratší než 7 jednotek.

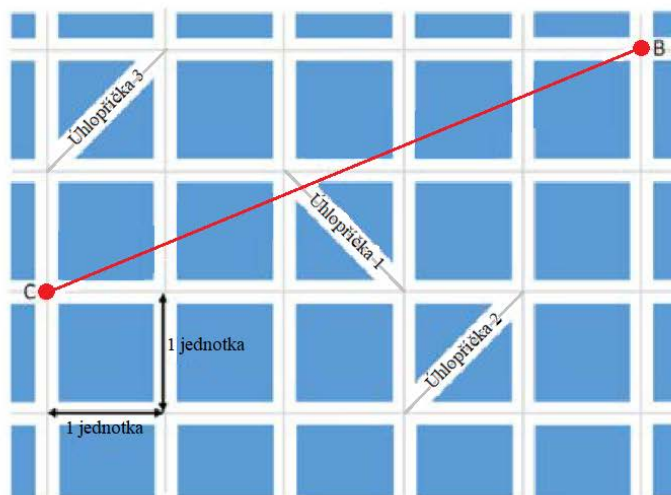
☐ Pravda
☐ Nepravda

3. Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 3 a je kratší než 7 jednotek.

☐ Pravda
☐ Nepravda

NAVIGOVÁNÍ

Do mapy byly přidány tři úhlopříčné ulice.



Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Označeny všechny tři odpovědi v pořadí „Nepravda“, „Nepravda“, „Pravda“ a vždy je uvedeno odpovídající zdůvodnění.



Komentář

V otázce 2 jsou přidány do plánu města úhlopříčné ulice, žáci mají vyhodnotit pravdivost tří tvrzení o délce tras mezi místy C, B a své výběry zdůvodnit.

První tvrzení je nepravdivé. Úhlopříčka 1 je orientovaná proti směru pohybu k místu B. Nejkratší trasa měří 7 jednotek plus délka úhlopříčky.

Druhé tvrzení je nepravdivé. Úhlopříčka 2 je sice orientovaná ve směru pohybu k místu B, ale leží mimo obdélník s úhlopříčkou CB, který určuje nejkratší délku trasy. Je proto potřeba ujít jednu jednotku mimo tento obdélník. Nejkratší trasa měří 7 jednotek plus délka úhlopříčky.

Třetí tvrzení je pravdivé. Úhlopříčka 3 je orientovaná ve směru pohybu k místu B a leží uvnitř obdélníka s úhlopříčkou CB. Nejkratší trasa (z bodu C jednu jednotku směrem nahoru, po úhlopříčce 3 a čtyři jednotky vpravo do bodu B) měří 5 jednotek plus délka úhlopříčky. Úhlopříčka 3 nahrazuje dva úseky o délce jedné jednotky. Z trojúhelníkové nerovnosti plyne, že délka přepony je kratší než součet dvou odvěsen daného pravoúhlého trojúhelníku.