

Úloha | Spinery

Online verze úlohy

Úloha se týká pokusů se spinery, tedy koly s otáčející se šipkou (někdy se používá označení kolo štěstí).



Otázka 1

Spinery
Otázka 1 / 3

Prostuduj si úlohu „Spinery“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a pak napiš zdůvodnění své odpovědi.

Petr si myslí, že u spineru A je větší pravděpodobnost, že se šipka zastaví na modré, než je u spineru B.

Má Petr pravdu?

☐ Ano
☐ Ne

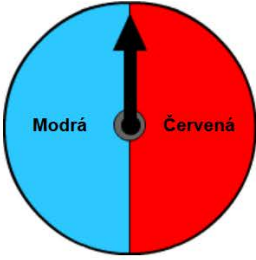
Svou odpověď vysvětli.

SPINERY

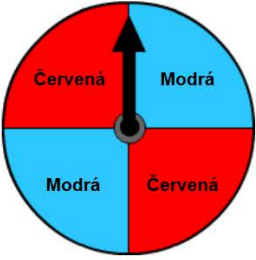
V Petrově třídě budou dělat pokus se dvěma koly s otáčející se šipkou – spinery.

Spiner A je rozdělen na dvě stejně velké části, z nichž jedna je modrá a jedna je červená. Spiner B je rozdělený na čtyři stejně velké části, z nichž dvě jsou modré a dvě jsou červené.

Žáci dostali pokyn: pokud se šipka zastaví na čáře mezi dvěma částmi, pak se toto roztočení nepočítá a musí šipku roztočit znovu.



Spiner A



Spiner B

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Osobní
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 3

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Vybere Ne a vysvětlí, že u obou spinnerů je stejná pravděpodobnost zastavení šipky na modré NEBO že modrá část je stejně velká.

Například:

- [Ne] Pravděpodobnost zastavení na modré je u obou spinnerů stejná.
- [Ne] Polovina kruhu u každého spineru je modrá.
- Nemá pravdu, protože oba spinery mají stejné množství modré barvy. [Zde je nepřímá zahrnutá volba „Ne“.]
- [Ne] Je to stejné. [Je to prvotní okamžitá reakce, která odkazuje na pravděpodobnost.]
- [Ne] Protože $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.
- Nemá pravdu, protože pravděpodobnost je stejná pro oba spinery.

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9	
Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ne, ale s uvedením nesprávného vysvětlení nebo bez vysvětlení NEBO při výběru Ano s vysvětlením nebo bez vysvětlení.	
• [Ne] Pravděpodobnost, že se zastaví na červené nebo modré, je stejná. [<i>Porovnání pravděpodobnosti zastavení na modré s pravděpodobností zastavení na červené není přijatelné.</i>] • [Ne]. • [Ano] Protože modrá plocha spinneru A je větší než u spinneru B.	
Kód 9: Nezodpovězeno.	



Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	38,5	59,0	2,5
Četnost (%) – VG	72,1	27,9	0,0



V první otázce mají žáci za úkol rozhodnout o pravdivosti uvedeného tvrzení. Vybírají z možností „Ano“/„Ne“ a svůj výběr musí vysvětlit. Nejedná se o interaktivní položku. Ze zadání mohou žáci odvodit, že obsah modrých ploch je u obou spinnerů stejný (jedna polovina se rovná dvěma čtvrtinám), takže pravděpodobnost zastavení šipky v modré části je u obou spinnerů stejná a tvrzení není pravdivé. Jedná se o úlohu střední obtížnosti.

Pozorujeme velký rozdíl v úspěšnosti řešení mezi žáky ZŠ a žáky VG. Lze předpokládat, že gymnazisté mají s náhodnými jevy a pravděpodobnostmi větší zkušenosti a mnozí z nich se s pravděpodobnostmi setkali při výuce. Téměř 60 % žáků ZŠ zvolilo chybně „Ano“ nebo nedokázalo svou správnou volbu „Ne“ dostatečně vysvětlit.

Otázka 2

[illegible]

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Vědecký
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 5)

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2
Vysvětlí, že se zvyšujícím se počtem roztočení se procentní podíl více blíží teoretické pravděpodobnosti.
Například: - Procentní podíl se stále více přibližuje k $\frac{1}{6}$ u každé barvy. - Při 10 000 roztočeních je počet procent u všech přibližně 16–17 %, což je blízko k teoretické pravděpodobnosti 16,667 %. [Uznávejte hodnoty teoretické pravděpodobnosti od 0,16 do 0,17 (od 16 % do 17 %).] - Jak se počet zatočení zvyšuje, procento u každé barvy se blíží teoretické pravděpodobnosti.
ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1
Vysvětlí, že se zvyšujícím se počtem roztočení je procento u každé barvy přibližně stejné, NEBO poskytuje přijatelné vysvětlení založené na nesprávné teoretické pravděpodobnosti.
Například: - Se vzrůstajícím počtem zatočení se počet procent k sobě přibližuje. - Je to kolem 16 % nebo 17 %. [„Je to“ představuje prvotní okamžitou reakci odkazující na procentuální vyjádření, kolikrát se šipka zastaví u každé barvy. Odpověď postrádá srovnání těchto hodnot s teoretickou pravděpodobností.] - Procentní podíl se stále více přibližuje k $\frac{1}{5}$ u každé barvy.
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9
Kód 0: Jiné odpovědi.
Protože $\frac{1}{6}$ je asi 16,67 %.
Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	0,0	2,6	30,8	66,6
Četnost (%) – VG	19,7	19,7	36,1	24,5

Komentář

Před druhou otázkou byla do úlohy vložena úvodní obrazovka se simulátorem používaným v další části. V rámci úvodní obrazovky se žáci se simulátorem seznámili a vyzkoušeli si, jak funguje. Tuto obrazovku zde neuvádíme.

Druhá otázka je interaktivní, žáci používají simulátor generující výsledky pro daný počet roztočení spinery, ten postupně mění. Jejich úkolem je porovnat teoretickou a experimentální pravděpodobnost jevu a napsat odpověď na položenou otázku. Z dat zobrazených v tabulce na základě provedených simulací by žáci měli dojít k závěru, že s rostoucím počtem roztočení se procentní podíl zastavení šipky na každé barvě blíží k hodnotě teoretické pravděpodobnosti 16,67 %. Jedná se o obtížnou úlohu s vědeckým kontextem, kdy odpověď za plný počet bodů i částečně správná odpověď náleží do dovednostní úrovně 5.

V této otázce se výrazně prohloubily rozdíly mezi úspěšností gymnazistů a žáků ZŠ, kde bylo zaznamenáno jen minimum částečně správných odpovědí. Otázku vůbec nezodpověděly dvě třetiny žáků ZŠ a zhruba jedna čtvrtina žáků VG.

Otázka 3

Spinery
Otázka 3 / 3

Jak spustit simulaci

Prostuduj si úlohu „Spinery“ na pravé straně. S využitím simulátoru odpověz na otázku. Své odpovědi na otázku napiš číslicemi.

Petrův nový spiner je rozdělený na čtyři části různých barev. Každá část má jinou velikost.

Velikosti úhlů oranžové a zelené části spinery jsou v tabulce uvedeny ve stupních.

S využitím simulátoru urči velikosti úhlů (ve stupních) žluté a fialové části spinery.

Žlutá		stupňů
Fialová		stupňů
Oranžová	126	stupňů
Zelená	18	stupňů

SPINERY

Petr použil webovou stránku k návrhu nového spinery.

Když se spustí simulace, v tabulce se pro zvolený počet roztočení zobrazí, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě. Hodnota v závorkách vyjadřuje v procentech, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě pro daný počet roztočení.



Počet roztočení
 10 50 100 500 1 000 5 000 10 000
Spustit

Počet roztočení	Žlutá	Fialová	Oranžová	Zelená

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Vědecký
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 4)

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Žlutá 144° (uznávány hodnoty 140 až 148); fialová 72° (hodnoty 68 až 76).

Částečná odpověď

Kód 1: Správně jen jedna barva, nebo žlutá 68 až 76 a fialová 140 až 148.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Všechny ostatní odpovědi.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	12,8	5,1	61,5	20,6
Četnost (%) – VG	46,7	1,7	31,7	19,9

Komentář

Ve třetí otázce je žákům předložen nový spinner rozdělený na čtyři výseče s různou velikostí, při řešení využívají stejnou simulaci, ale úloha spadá do geometrie. Žáci mají určit velikosti dvou úhlů, které vymezují žlutou a fialovou výseč spinneru. Velikosti úhlů vymezujících zbylé dvě výseče jsou v otázce uvedeny a mohou žákům posloužit jako vodítko při řešení. Předpokládá se, že žáci budou simulaci spouštět pro maximálně možný počet zatočení, aby získali výsledky co nejbližší realitě. Z výsledků simulací je vidět, že ve žluté části se šipka zastaví asi ve 40 % případů a ve fialové ve 20 % případů, z toho pak vycházejí velikosti úhlů 144° pro žlutou výseč (40 % z 360) a 72° pro fialovou výseč. Protože hodnoty ze simulace se budou lišit, zavádí se pro velikost úhlů tolerance $\pm 4^\circ$. Jedná se o obtížnou úlohu z dovednostní úrovně 5.

Téměř polovina žáků VG zodpověděla úlohu správně, zatímco na ZŠ byla úspěšnost jen kolem 13 %. V porovnání s předchozí otázkou se výrazně snížil podíl žáků, kteří úkol neřešili.