

Úloha | Trojúhelníkový vzor

Online verze úlohy

Úloha zahrnuje tři otázky vztahující se ke vzoru vytvořenému z řad, v nichž se střídají červené a modré trojúhelníky. Stimul znázorňuje první čtyři řady a je shodný pro všechny otázky.



Otázka 1

Trojúhelníkový vzor
Otázka 1 / 3

Prostuduj si úlohu „Trojúhelníkový vzor“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Kolik procent trojúhelníků v prvních čtyřech řadách Alexova vzoru má modrou barvu?

☐ 37,5 %
☐ 50,0 %
☐ 60,0 %
☐ 62,5 %

TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR

Alex nakreslil tento vzor z červených a modrých trojúhelníků.

První čtyři řady vzoru jsou na obrázku níže.

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Vědecký
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Úroveň 1



Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (37,5 %) Kód 9

zahrnuje případy bez odpovědi.



Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	75,6	75,7	75,4
Průměr zemí OECD	68,7	68,8	68,6

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	75,6	6,5	14,6	2,6	0,7

Komentář

V první otázce měli žáci vyjádřit v procentech podíl modrých trojúhelníků v prvních čtyřech řadách vzoru; konkrétně vypočítat, kolik procent je 6 ze 16. Úlohu bylo možné řešit také úvahou. Z obrázku je patrné, že počet modrých trojúhelníků je menší než počet červených trojúhelníků, takže jejich podíl je nižší než 50 %, tomu vyhovuje jediná hodnota 37,5 % ze čtyř uvedených. Jedná se o lehkou úlohu, jejímž cílem bylo přimět žáky k přemýšlení o daném vzoru a použít jednoduchý algoritmus či úvahu. Odpověď žáci vybírali ze čtyř nabídnutých možností.

Správnou odpověď vybralo přibližně 75 % českých žáků (dívek i chlapců), což je významně více než průměr členských zemí OECD. Téměř 15 % českých žáků označilo chybnou odpověď 60 %. Tito žáci zřejmě použili nesprávný postup $6 : 10 = 0,6$ a neprokázali tak porozumění danému vzoru a počítání počtu procent. Za základ 100 % použili počet červených trojúhelníků místo celkového počtu trojúhelníků ve vzoru na obrázku.

Otázka 2

Trojúhelníkový vzor
Otázka 2 / 3

Prostuduj si úlohu „Trojúhelníkový vzor“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

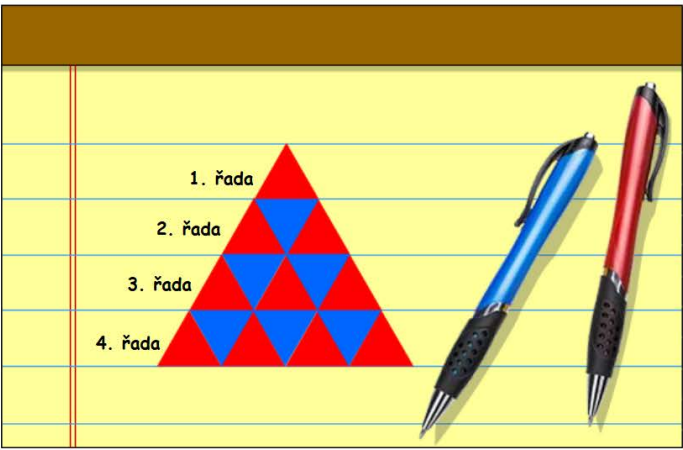
Pokud Alex rozšíří vzor o pátou řadu, kolik procent by ve všech pěti řadách vzoru tvořily modré trojúhelníky?

☐ 40,0 %
☐ 50,0 %
☐ 60,0 %
☐ 66,7 %

TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR

Alex nakreslil tento vzor z červených a modrých trojúhelníků.

První čtyři řady vzoru jsou na obrázku níže.



Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Vědecký
Postup	Formulování situací matematicky
Obtížnost	Úroveň 2

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (40 %)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	66,2	65,3	67,2
Průměr zemí OECD	60,4	59,0	61,8

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	66,2	10,8	10,4	11,6	1,0

Komentář

Také ve druhé otázce mají žáci za úkol vypočítat počet procent modrých trojúhelníků, ale tentokrát z rozšířeného vzoru o jednu řadu. Pátá řada bude obsahovat 4 modré a 5 červených trojúhelníků, proto bude nový vzor obsahovat celkem 25 trojúhelníků. Další postup je již stejný jako v předešlé otázce, rovněž zde lze použít úvahu o tom, že počet modrých trojúhelníků je menší než jedna polovina, a zvolit 40 % jako jedinou hodnotu nižší než 50 %. Jedná se o lehčí úlohu ze základní dovednostní úrovně 2, jejímž záměrem bylo přimět žáky zamyslet se nad rozšiřováním vzoru a následně použít jednoduchý algoritmus, obdobně jako v předešlé otázce.

Přibližně dvě třetiny českých žáků zvolily správnou možnost A, což představuje asi o devět procentních bodů nižší úspěšnost než v první otázce. Z toho lze usuzovat, že někteří žáci měli potíže s rozšířením vzoru o jeden řádek, respektive se správným určením počtu trojúhelníků. Vyrovnaný výskyt všech tří nesprávných odpovědí pravděpodobně znamená, že žáci volili náhodně. Možnost 60 % představuje podíl červených trojúhelníků v rozšířeném vzoru a možnost 66,7 % případy, kdy je v procentech vyjádřen poměr modrých trojúhelníků ku červeným (základ 100 % tvoří červené trojúhelníky).

Otázka 3

Trojúhelníkový vzor
Otázka 3 / 3

Prostuduj si úlohu „Trojúhelníkový vzor“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a svoji odpověď vysvětli.

Alex chce do svého vzoru přidat další řady.

Tvrdí, že modrých trojúhelníků bude ve vzoru vždy méně než 50 %.

Má Alex pravdu?

☐ Ano

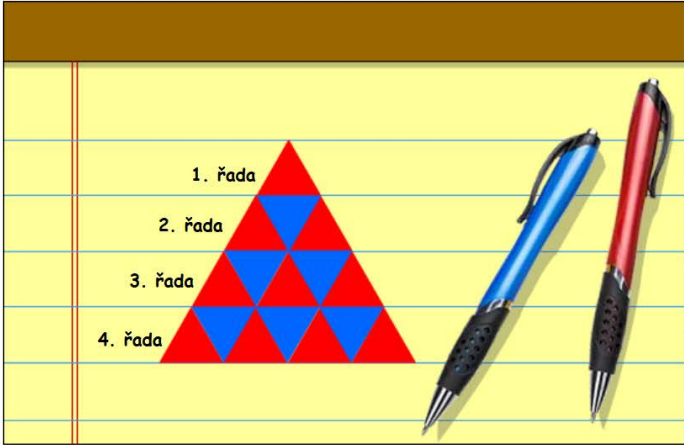
☐ Ne

Svou odpověď vysvětli.

TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR

Alex nakreslil tento vzor z červených a modrých trojúhelníků.

První čtyři řady vzoru jsou na obrázku níže.



Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Vědecký
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 4)

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2

Vybere Ano a přijatelně vysvětlí, proč vždy bude více červených (nebo méně modrých) trojúhelníků. *[Přijatelné vysvětlení musí obsahovat „v každé řadě“ (nebo použít podobné vyjádření v daném konceptu).]*

Například:

- Má pravdu, protože při porovnání počtu modrých a červených trojúhelníků v každém řádku je vždy o jeden červený trojúhelník víc. *[Zde je nepřímo zahrnuta volba „Ano“.]*
- [Ano] V každé řadě bude vždy o jeden modrý trojúhelník méně.
- [Ano] V každé řadě je o jeden červený trojúhelník víc než modrých. *[Kredit přidělen, přestože v odpovědi není uvedeno „vždy“. To je již uvedeno v otázce.]*
- [Ano] Protože jsou červené trojúhelníky na krajích každé řady a uvnitř se červené a modré trojúhelníky střídají. *[Přijatelné vysvětlení, které prokazuje, že je v každé řadě více červených než modrých.]*

ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Vybere Ano a vysvětlení je částečně správné, ale neúplné.

Například:

- [Ano] Protože první řádek obsahuje pouze červený trojúhelník.
- [Ano] V první řadě nejsou žádné modré trojúhelníky.
- [Ano] Je o jeden červený trojúhelník víc než modrých trojúhelníků. *[Odpověď neuvádí „v každé řadě“. Porovnejte s kódem 2, odrážka 3.]*
- [Ano] Protože červené trojúhelníky jsou na krajích každé řady a modré trojúhelníky zůstávají uvnitř. *[Vysvětlení je neúplné, protože nebere v úvahu červené trojúhelníky uvnitř. Porovnejte s kódem 2, odrážka 4.]*

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9

Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ano, ale s nesprávným vysvětlením nebo bez vysvětlení, NEBO s výběrem Ne s vysvětlením nebo bez vysvětlení.

- [Ano] červené = 62,5 % a modré = 37,5 %. *[Počet procent trojúhelníků každé barvy v prvních čtyřech řadách.]*
- [Ano] Vždy bude modrých trojúhelníků méně než červených. *[Pravdivé tvrzení, ale chybí zdůvodnění, proč je to pravda, a jde pouze o obecné vyjádření toho, co znamená méně než 50 %.]*
- [Ano].

Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	19,2	16,5	22,1
Průměr zemí OECD	20,4	16,6	18,7

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	19,2	20,2	58,5	2,1

Komentář

Poslední otázka úlohy vyžaduje od žáků určité zobecnění, mají rozhodnout o pravdivosti tvrzení, že s přidáváním dalších řádků do vzoru bude podíl modrých trojúhelníků vždy menší než 50 %. Žáci mají vybrat buď „Ano“, nebo „Ne“, a musí napsat své vysvětlení, proč daný výběr udělali. Úplná odpověď za plný počet bodů obsahuje výběr „Ano“ s vysvětlením, že v každé řadě vzoru je více červených trojúhelníků než modrých trojúhelníků. Částečná odpověď za jeden bod musí obsahovat výběr „Ano“ a částečně správné vysvětlení, které je neúplné. Obvykle se vztahuje k první řadě, v níž je pouze červený trojúhelník. Otázka od žáků vyžaduje, aby analyzovali vzor a rozpoznali vztah mezi počtem červených a modrých trojúhelníků. Jedná se o obtížnou úlohu, částečná odpověď spadá do kategorie středně obtížných úloh.

Průměrná úspěšnost českých žáků byla nepatrně nižší v porovnání s průměrem zemí OECD, přičemž české dívky byly přibližně o šest procentních bodů méně úspěšné než chlapci. Více než polovina českých žáků nedokázala otázku zodpovědět ani částečně za jeden bod. Přitom 31 % žáků provedlo správný výběr „Ano“, ale 16 % jich neuvedlo žádné vysvětlení a 15 % uvedlo nesprávné vysvětlení (včetně vysvětlení typu nevím).