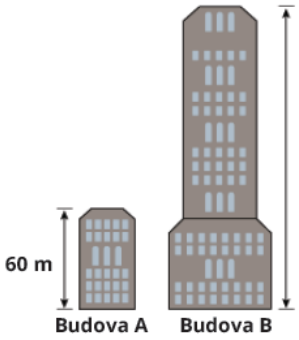
# 1.2 Měření a geometrie

## 1.2.1 Měření

### Úloha M13 (MM2_05, ME71068)

Výška budovy A je 60 metrů.




Který odhad výšky budovy B je nejlepší?

A) 120 m

B) 150 m

C) 180 m

D) 210 m

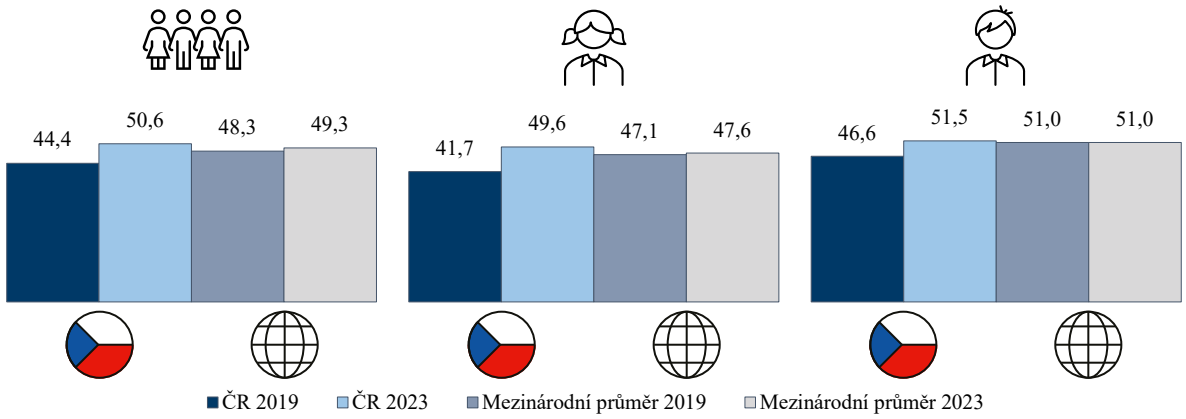
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Měření, odhadování, sčítání a odčítání délek (v milimetrech, centimetrech, metrech, kilometrech) |
| **Dovednost** | Prokazování znalostí – Rozpoznávání |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

#### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: C**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

#### Úspěšnost žáků



| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 44,4 | 41,7 | 46,6 |
| Česká republika (2023) | 50,6 | 49,6 | 51,5 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 48,3 | 47,1 | 51,0 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 49,3 | 47,6 | 51,0 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 15,5 | 35,6 | **44,1** | 4,3 | 0,5 |
| Četnost (%) 2023 | 13,7 | 29,6 | **50,1** | 5,6 | 1,0 |

### Komentář a metodická doporučení

V úloze žáci porovnávají výšku dvou budov na obrázku. U budovy A znají skutečnou výšku 60 metrů a podle ní mají odhadnout výšku budovy B. Podstatné je všimnout si, že vyšší budova není jen o něco vyšší, ale přibližně třikrát vyšší než budova A. Odhad se tak přirozeně propojuje s násobením: pokud jedna „jednotka“ odpovídá 60 metrům, tři takové jednotky dávají 180 metrů. Úloha ověřuje nejen znalost jednotek délky, ale především schopnost pracovat s přibližným porovnáním velikostí v obrazovém modelu.

Výsledky českých žáků se oproti roku 2019 zlepšily a v roce 2023 byly mírně nad mezinárodním průměrem. Správnou možnost zvolila přibližně polovina žáků. Téměř třetina však označila možnost 150 m, která odpovídá dvouapůlnásobku výšky budovy A. To může ukazovat na nejistotu při odhadu poměru mezi dvěma délkami. Ve výuce je užitečné zařazovat situace, v nichž žáci nejprve slovně odhadují, kolikrát je jeden objekt vyšší nebo delší než druhý, a teprve potom svůj odhad převádějí do výpočtu. Pomoci mohou proužky papíru, stavebnice, fotografie budov nebo jednoduché náčrtky, u nichž žáci porovnávají možnosti a vysvětlují, proč některá hodnota obrázku lépe odpovídá než jiná.

## Úloha M14 (MM2_06, ME71075)

Katka a Šárka měřily velikost třídy tak, že počítaly kroky z jedné strany místnosti na druhou.

Dělaly při tom kroky bez mezer mezi chodidly, jak vidíš na obrázku:



A. Katka má chodidlo dlouhé 20 cm a udělala 40 kroků, aby přešla celou délku třídy.

Kolik je délka třídy v centimetrech?

Odpověď: cm

B. Šířka třídy je 600 cm. Šárka má chodidlo dlouhé 25 cm.

Kolik kroků musí Šárka udělat, aby přešla celou šířku třídy?

Odpověď:

| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Měření, odhadování, sčítání a odčítání délek (v milimetrech, centimetrech, metrech, kilometrech) |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Provádění |
| **Obtížnost** | Úroveň 3 (část A)<br>Úroveň 4 (část B) |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

Část A

Kód 1: 800

Část B

Kód 1: 24

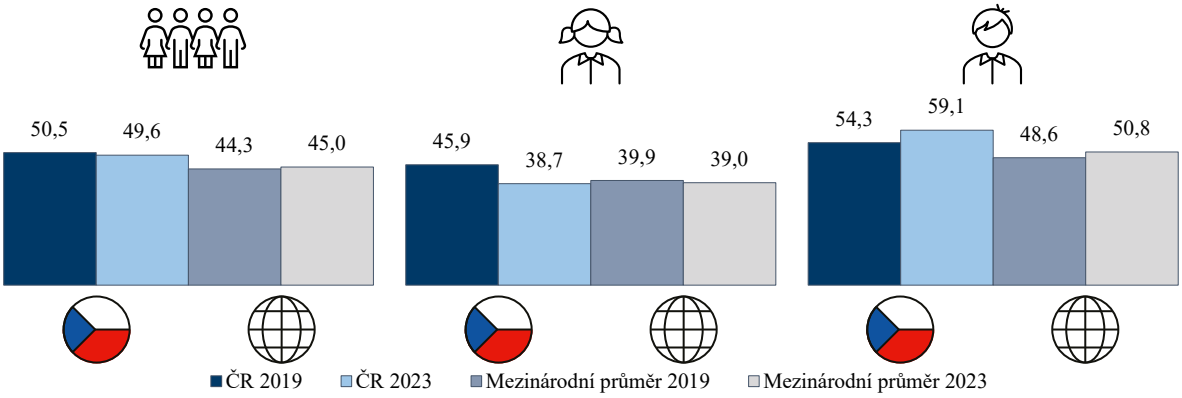
**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků

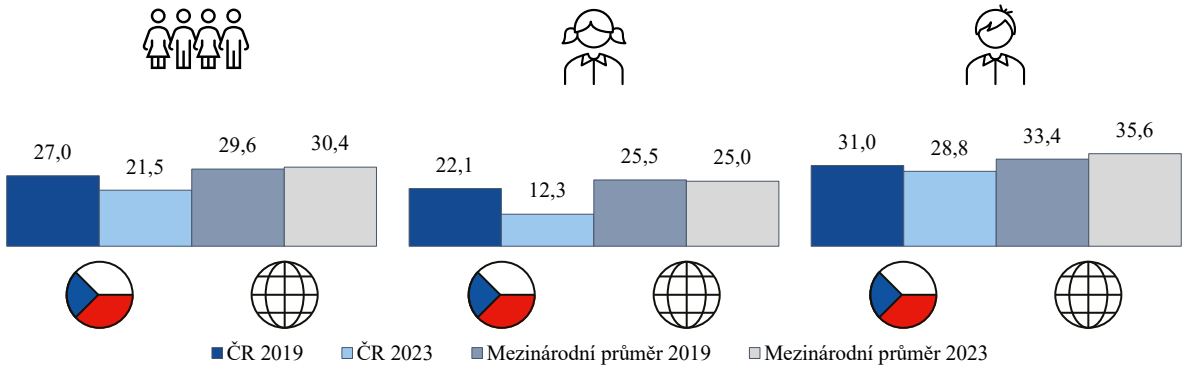
Část A




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 50,5 | 45,9 | 54,3 |
| Česká republika (2023) | 49,6 | 38,7 | 59,1 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 44,3 | 39,9 | 48,6 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 45,0 | 39,0 | 50,8 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 46,4 | 45,5 | 8,1 |
| Četnost (%) 2023 | 46,0 | 46,8 | 7,2 |

Část B



| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 27,0 | 22,1 | 31,0 |
| Česká republika (2023) | 21,5 | 12,3 | 28,8 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 29,6 | 25,5 | 33,4 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 30,4 | 25,0 | 35,6 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 21,8 | 58,8 | 19,4 |
| Četnost (%) 2023 | 16,9 | 61,9 | 21,2 |

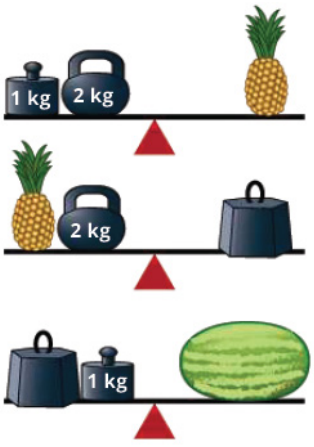
### Komentář a metodická doporučení

Slovní úloha byla rozdělena do dvou částí a vychází z měření délky a šířky třídy pomocí chodidel kladených těsně za sebou. Žáci tak nepracují s běžným krokem, ale s opakovaným přikládáním stejné délkové jednotky. Každá část se hodnotila zvlášť. V části A znají délku jednoho chodidla i počet těchto „kroků“, proto určují celkovou délku třídy násobením: 40 · 20 cm = 800 cm. V části B je situace obrácená. Šířka třídy je známa a žák má zjistit, kolikrát se do ní vejde chodidlo dlouhé 25 cm. To vede k dělení 600 : 25 = 24. Úloha tak dobře ukazuje, zda žáci rozumějí vztahu mezi jednotkou měření, počtem jejích opakování a celkovou délkou.

Výsledky obou částí se výrazně liší. V části A byla úspěšnost českých žáků přibližně 50 % a mírně převýšila mezinárodní průměr. Chlapci byli úspěšnější než dívky, přičemž u dívek došlo oproti roku 2019 k poklesu. Část B byla pro žáky podstatně náročnější. Čeští žáci zaostali za mezinárodním průměrem, správnou hodnotu 24 doplnila jen menší část z nich a více než pětina žádný výsledek neuvedla. Obtíže mohly souviset nejen s dělením číslem 25, ale také s tím, že žáci museli změnit směr uvažování. Nehledali délku celé trasy, nýbrž počet stejných úseků, které ji tvoří. Ve výuce je vhodné podobné situace nejprve skutečně modelovat, například měřením lavice, koberce nebo chodby pomocí proužků stejné délky. Žáci by měli slovně rozlišovat, kdy známé díly skládají do celku a kdy naopak z celku zjišťují počet dílů, případně jejich délky.

## Úloha M15 (MM2_07, ME71080)

Na každé váze váží předměty nalevo stejně jako předměty napravo.




Kolik váží  ?

A) 3 kg

B) 4 kg

C) 5 kg

D) 6 kg

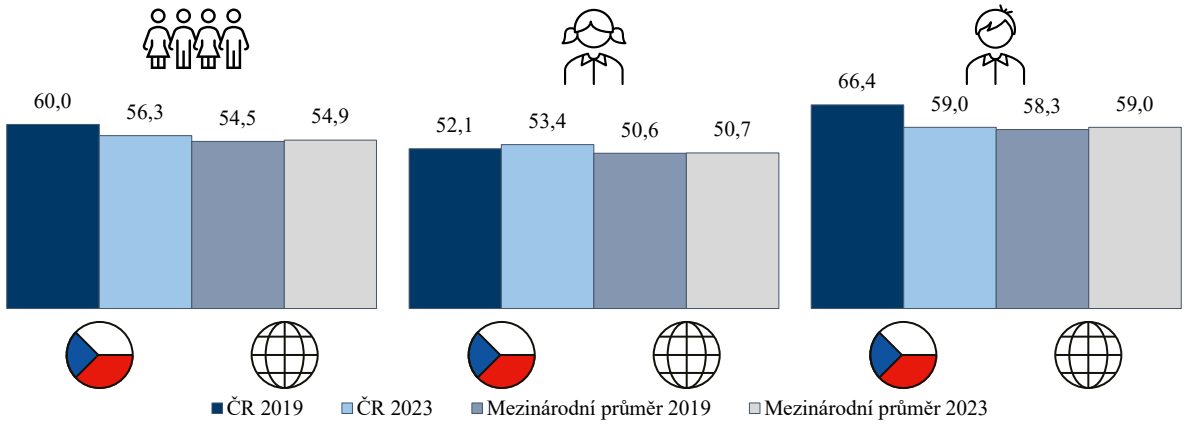
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Sčítání a odčítání hmotnosti (v gramech a kilogramech), objemu (v mililitrech a litrech) a času (v minutách a hodinách); používání jednotek správného typu a přiměřené velikosti, odečítání údajů z měřicích stupnic |
| **Dovednost** | Uvažování – Analyzování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

## Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: D**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 60,0 | 52,1 | 66,4 |
| Česká republika (2023) | 56,3 | 53,4 | 59,0 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 54,5 | 50,6 | 58,3 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 54,9 | 50,7 | 59,0 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 8,9 | 19,5 | 11,0 | **59,2** | 1,4 |
| Četnost (%) 2023 | 14,7 | 16,2 | 12,0 | **55,4** | 1,7 |

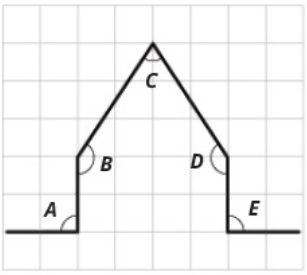
## Komentář a metodická doporučení

Úloha s rovnoramennými vahami patří mezi úlohy zaměřené na uvažování a analyzování. Žáci neodečítají údaj z běžného měřidla, ale postupně z obrázku vyvozují vztahy mezi hmotnostmi předmětů. Na každé váze platí, že předměty na levé a pravé straně mají stejnou hmotnost. Řešení proto vyžaduje několik navazujících kroků. Z první váhy lze určit hmotnost ananasu (3 kg). Tuto informaci je třeba využít při práci s druhou váhou, z níž vyplývá hmotnost velkého neoznačeného závaží (5 kg). Teprve s touto znalostí může žák určit hmotnost melounu na třetí váze (6 kg). Zvýšená obtížnost úlohy tedy nespočívá v samotném počítání, ale v tom, že výsledek jedné úvahy se stává podkladem pro další úvahu.

Správnou hmotnost melounu v roce 2023 označila více než polovina českých žáků a jejich výsledek přibližně odpovídal mezinárodnímu průměru. Oproti roku 2019 se však úspěšnost snížila. Chlapci byli i v roce 2023 úspěšnější než dívky, rozdíl mezi nimi byl ale menší než v předchozím cyklu. Chyby mohly vzniknout tehdy, když žáci řešili každou váhu samostatně a nevyužili zjištění z předchozího kroku. Někteří mohli také odhadovat podle velikosti předmětů na obrázku, místo aby sledovali rovnováhu jako matematický vztah. Ve výuce mohou pomoci skutečné miskové váhy, kostky, závaží nebo obrázkové rovnice. Důležité je vést žáky k tomu, aby slovně popisovali, co už z jednotlivých vah zjistili a kde tuto informaci použijí dál. Takové úlohy rozvíjejí práci s hmotností i rané algebraické uvažování.

## 1.2.2 Geometrie

### Úloha M16 (ME2_08, ME61095)




Urči typ každého úhlu na obrázku. Zapiš své odpovědi do tabulky.

Úhel *A* máš udělán jako příklad.

| | Pravý úhel | Menší než pravý úhel | Větší než pravý úhel |
|---|---|---|---|
| *A* . . . . . | ☑ | ☐ | ☐ |
| *B* . . . . . | ☐ | ☐ | ☐ |
| *C* . . . . . | ☐ | ☐ | ☐ |
| *D* . . . . . | ☐ | ☐ | ☐ |
| *E* . . . . . | ☐ | ☐ | ☐ |

| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Rozpoznání a sestrojení rovnoběžek a kolmic; rozpoznání a narýsování pravého úhlu a úhlů větších nebo menších než pravý úhel; porovnávání relativní velikosti úhlů |
| **Dovednost** | Prokazování znalostí – Uspořádávání |
| **Obtížnost** | Úroveň 3 |

#### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

Kód 1: Správně označen typ úhlu pro všechny čtyři úhly.

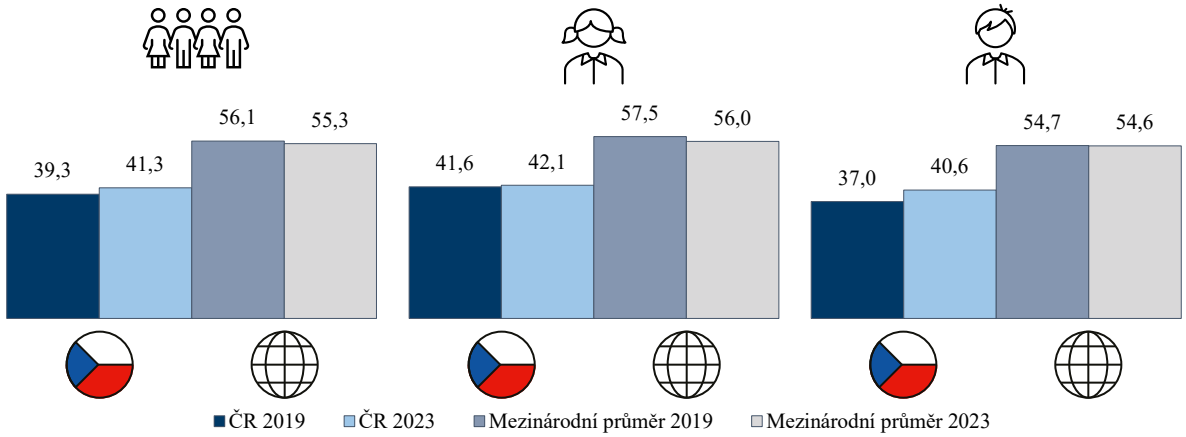
| | Pravý úhel | Menší než pravý úhel | Větší než pravý úhel |
|---|---|---|---|
| *A* . . . . . | ☑ | ☐ | ☐ |
| *B* . . . . . | ☐ | ☐ | ☑ |
| *C* . . . . . | ☐ | ☑ | ☐ |
| *D* . . . . . | ☐ | ☐ | ☑ |
| *E* . . . . . | ☑ | ☐ | ☐ |

**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 39,3 | 41,6 | 37,0 |
| Česká republika (2023) | 41,3 | 42,1 | 40,6 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 56,1 | 57,5 | 54,7 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 55,3 | 56,0 | 54,6 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 36,8 | 56,8 | 6,4 |
| Četnost (%) 2023 | 37,5 | 53,2 | 9,3 |

## Komentář a metodická doporučení

V této geometrické úloze žáci třídí vyznačené úhly podle toho, zda jsou pravé, menší než pravé, nebo větší než pravé. Správné řešení nevyžaduje měření úhloměrem, ale dobrou představu pravého úhlu a schopnost porovnat s ním jiné úhly. Právě toto porovnávání je podstatou úlohy. Žák musí sledovat rozevření ramen úhlu, nikoli délku ramen, velikost obrázku nebo jeho natočení. Úloha tak dobře prověřuje, zda žáci chápou pravý úhel jako referenční velikost, podle níž mohou uspořádat a rozlišit i úhly, které nejsou zobrazeny v obvyklé poloze.

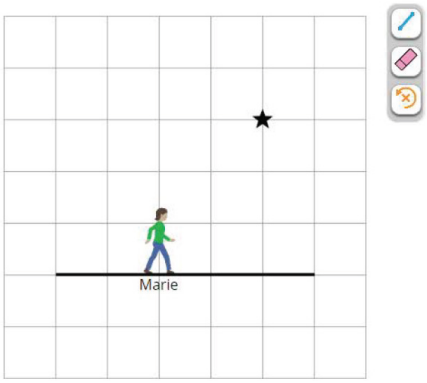
Čeští žáci byli v roce 2023 výrazně méně úspěšní než mezinárodní průměr. Správně bylo třeba označit všechny čtyři úhly, což zvyšovalo obtížnost úlohy. Všechny odpovědi správně uvedlo méně než 40 % žáků. Původní rozbor ukazuje, že pravý úhel *E* žáci určovali lépe než ostatní úhly, u nichž bylo třeba rozhodnout, zda jsou menší, nebo větší než pravý. Ve výuce je proto vhodné dávat žákům úhly v různých polohách a nechat je porovnávat pomocí jednoduché pomůcky, například rohu papíru nebo kartičky. Užitečné je také třídit úhly do skupin a slovně zdůvodňovat, podle čeho žák poznal, že je úhel menší, větší, nebo stejný jako pravý úhel. Taková práce pomáhá odstranit spoléhání na pouhý vizuální dojem.

## Úloha M17 (MM2_08, ME71211)

Marie jde po cestě v parku.

V parku je druhá cesta, která je s Mariinou cestou **rovnoběžná** a prochází ★.

Nakresli druhou cestu.




| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Rozpoznání a sestrojení rovnoběžek a kolmic; rozpoznání a narýsování pravého úhlu a úhlů větších nebo menších než pravý úhel; porovnávání relativní velikosti úhlů |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Vyjadřování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

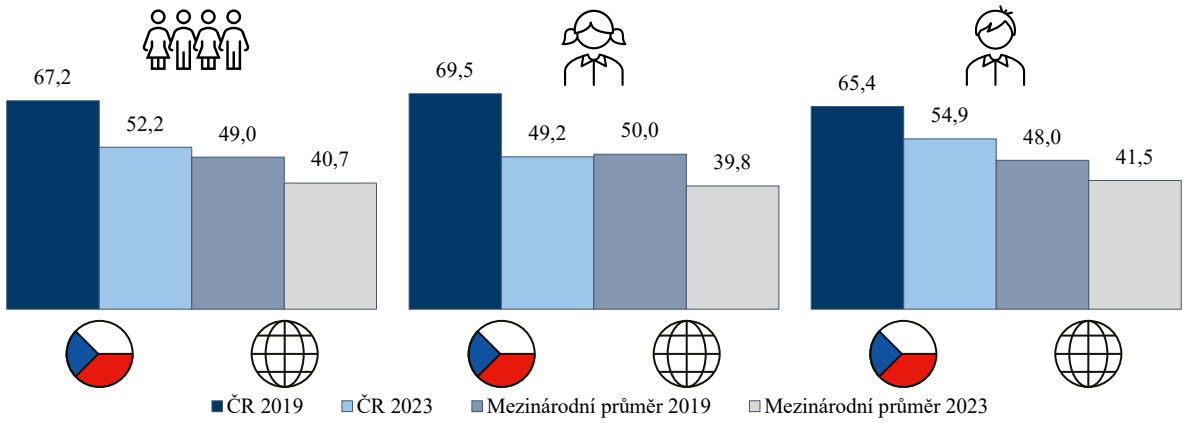
Kód 1: Vyznačena rovnoběžná přímka procházející nebo se dotýkající daného bodu (délka minimálně odpovídá straně jednotkového čtverečku sítě).

**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi včetně vyznačení kolmé přímky.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

### Úspěšnost žáků



| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 67,2 | 69,5 | 65,4 |
| Česká republika (2023) | 52,2 | 49,2 | 54,9 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 49,0 | 50,0 | 48,0 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 40,7 | 39,8 | 41,5 |

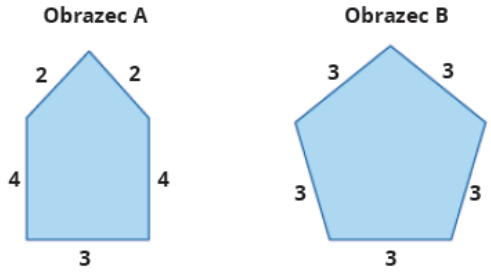
| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 65,7 | 32,0 | 2,3 |
| Četnost (%) 2023 | 51,4 | 47,1 | 1,5 |

## Komentář a metodická doporučení

Žáci mají v obrázku doplnit druhou cestu tak, aby byla rovnoběžná s Mariinou cestou a současně procházela vyznačeným bodem. Úloha proto nestojí pouze na znalosti pojmu rovnoběžka. Žák musí tuto znalost převést do kresby. Pomáhá mu čtvercová síť i nástroj pro kreslení přímek, přesto je třeba sledovat dvě podmínky současně. Nová cesta musí zachovat stejný směr jako původní cesta a zároveň vést přes daný bod. Právě spojení směru a přesného umístění ukazuje, zda žák rovnoběžnost chápe jako geometrický vztah, nikoli jen jako podobnost dvou čar v obrázku.

Českým žákům se úloha v roce 2023 dařila výrazně lépe než žákům v mezinárodním průměru, přesto se jejich výsledek oproti roku 2019 snížil přibližně o patnáct procentních bodů. Nesprávné odpovědi mohly vzniknout při nedodržení stejného směru nebo při nakreslení přímky mimo vyznačený bod. Významnou skupinu chyb tvořila také záměna rovnoběžky za kolmici, kterou v této úloze znázornilo 13,6 % českých žáků. Tento výsledek ukazuje, že je ve výuce důležité věnovat pozornost nejen rozpoznávání rovnoběžek, ale také jasnému rozlišení pojmů rovnoběžnost a kolmost. Žáci mohou ve čtvercové síti dokreslovat přímky procházející daným bodem, porovnávat rovnoběžné a kolmé přímky a slovně popisovat, podle čeho poznají stejný nebo kolmý směr. Dobře fungují i úlohy, v nichž porovnávají několik nakreslených řešení a rozhodují, které z nich splňuje obě podmínky zadání.

## Úloha M18 (MM2_09, ME71178)




Jsou toto vlastnosti obrazce A, obrazce B, nebo obou obrazců?

U každé vlastnosti označ jeden kroužek.

| | Obrazec A | Obrazec B | Oba obrazce |
|---|---|---|---|
| 5 stran . . . . . | ○ | ○ | ○ |
| Všechny strany jsou stejně dlouhé. . . . . | ○ | ○ | ○ |
| Obvod je 15. . . . . | ○ | ○ | ○ |

| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Používání základních vlastností (včetně osové souměrnosti a otočení) k porovnání a sestrojení běžných rovinných útvarů (kružnic, trojúhelníků, čtyřúhelníků a jiných mnohoúhelníků) |
| **Dovednost** | Prokazování znalostí – Vybavování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

## Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

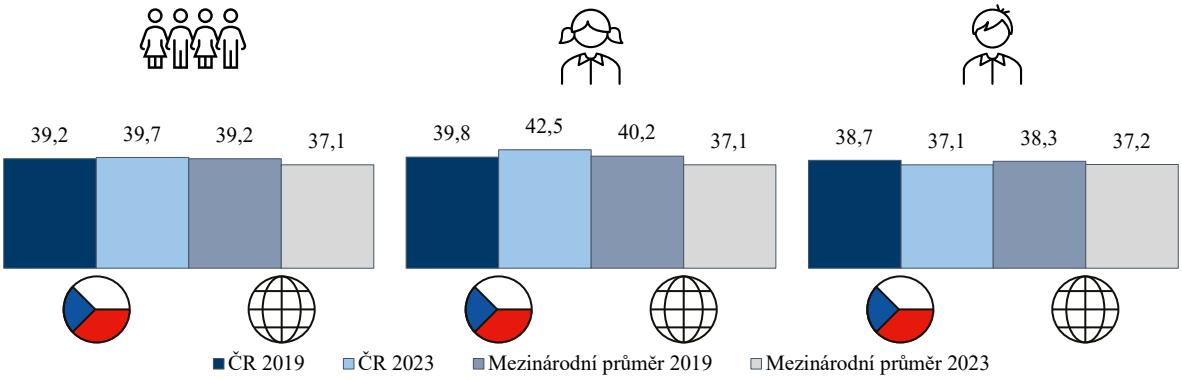
Kód 1: Ve všech třech případech označena správná možnost (oba obrazce, obrazec B, oba obrazce).

**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Správně označeny nejvýše dvě možnosti.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 39,2 | 39,8 | 38,7 |
| Česká republika (2023) | 39,7 | 42,5 | 37,1 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 39,2 | 40,2 | 38,3 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 37,1 | 37,1 | 37,2 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 36,2 | 56,2 | 7,6 |
| Četnost (%) 2023 | 37,5 | 57,1 | 5,4 |

## Komentář a metodická doporučení

V úloze žáci porovnávají dva pětiúhelníky podle tří vlastností. Mají určit, zda dané tvrzení platí pro obrazec A, pro obrazec B, nebo pro oba obrazce. První tvrzení se týká počtu stran, druhé délky všech stran a třetí obvodu. Pro správné řešení je důležité tyto vlastnosti neplést. Oba obrazce mají pět stran a oba mají obvod 15, liší se však v délkách stran. U obrazce B jsou všechny strany stejně dlouhé, zatímco obrazec A má dvě strany délky 2, dvě strany délky 4 a jednu stranu délky 3. Žák tedy musí každé tvrzení ověřit samostatně a nespoléhat se pouze na celkový vzhled útvaru.

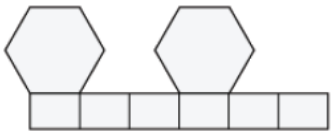
Úloha byla pro české žáky poměrně obtížná. Výsledek byl v roce 2023 mírně vyšší než mezinárodní průměr a oproti roku 2019 se téměř nezměnil, všechny tři volby však správně označila jen menší část žáků. Dívky byly úspěšnější než chlapci. Chyby mohly souviset se zaměňováním jednotlivých vlastností nebo s tím, že žáci některé tvrzení neověřili výpočtem. Stejný počet stran totiž neznamená, že všechny strany musí být stejně dlouhé, a stejný obvod neznamená stejný tvar. Ve výuce je vhodné pracovat s útvary, které mají některé vlastnosti společné a v jiných se liší. Žáci mohou skládat nebo kreslit různé pětiúhelníky se stejným obvodem, porovnávat délky jejich stran a slovně vysvětlovat, podle čeho rozhodli, zda daná vlastnost platí pro jeden obrazec, nebo pro oba.

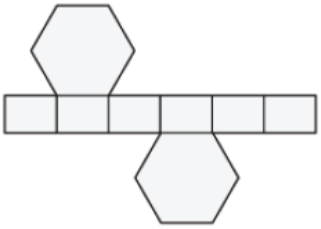
## Úloha M19 (ME2_10, ME61108)

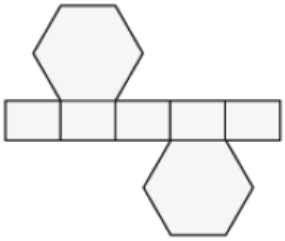
Jitka chce vyrobit z tvrdého papíru krabičku, jako je ta na obrázku.

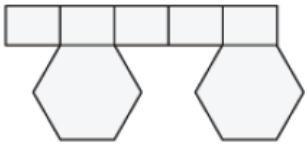


Ze kterého kousku tvrdého papíru může Jitka složit tuto krabičku?

A) 

B) 

C) 

D) 

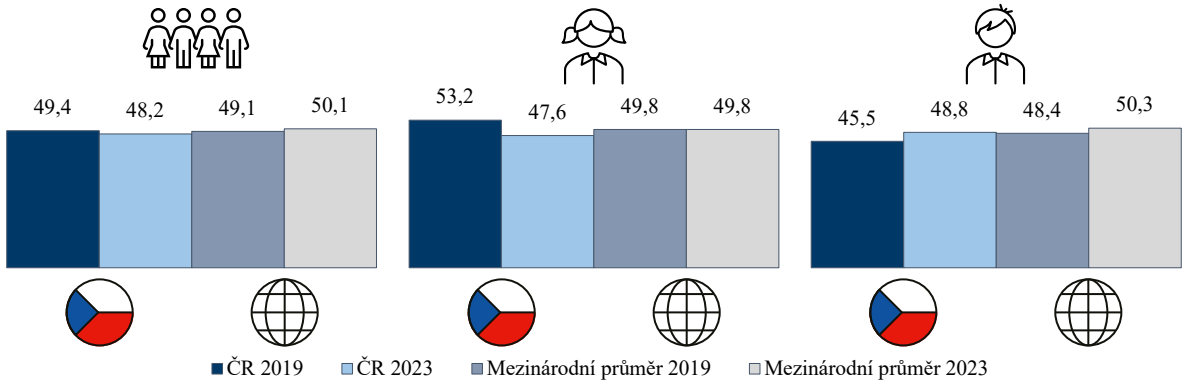
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Používání základních vlastností k popsání těles (krychlí, kvádrů, kuželů, válců a koulí), rozdílů mezi nimi a pochopení vztahů mezi tělesy a jejich zobrazením v rovině |
| **Dovednost** | Uvažování – Analyzování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: B**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 49,4 | 53,2 | 45,5 |
| Česká republika (2023) | 48,2 | 47,6 | 48,8 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 49,1 | 49,8 | 48,4 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 50,1 | 49,8 | 50,3 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 25,4 | **47,2** | 12,4 | 10,6 | 4,4 |
| Četnost (%) 2023 | 23,8 | **46,7** | 13,4 | 13,0 | 3,1 |

## Komentář a metodická doporučení

Žáci mají vybrat síť, ze které je možné složit zobrazenou krabičku. Podstatou řešení je představa, jak se rovinná síť po přehnutí jednotlivých částí složí do prostorové krabičky. Nestačí si proto všimnout, že v nabídce jsou šestiúhelníky a boční stěny. Žák musí sledovat, které části vytvoří plášť krabičky a kde se po složení ocitnou obě podstavy. Správná síť má boční stěny uspořádané tak, aby vytvořily souvislý plášť, a dvě šestiúhelníkové podstavy připojené na vhodných místech. Této představě odpovídá možnost B.

Jde o úlohu zaměřenou na uvažování a analyzování založeném na prostorové představivosti, protože žáci porovnávají vztah mezi rovinným plánem a výsledným prostorovým tvarem. Správnou možnost zvolila v roce 2023 necelá polovina českých žáků, výsledek byl mírně nižší než mezinárodní průměr. Nejčastější chybnou odpovědí byla možnost A. Ta může být pro žáky lákavá, protože obsahuje podobné části jako správná síť, nevede však ke správnému složení krabičky. Ve výuce je vhodné spojovat podobné úlohy s manipulací. Žáci mohou sítě vystřihovat, skládat, znovu rozkládat a porovnávat sítě, které se liší jen umístěním jedné podstavy. Právě takové drobné rozdíly pomáhají rozvíjet prostorovou představivost a pochopení, že síť tělesa musí být nejen „ze správných dílů“, ale také správně uspořádaná.