## 1.1.2 Výrazy, jednoduché rovnice a vztahy

### Úloha M8 (ME2_06, ME61049)

Které znaménko by mělo být v políčku, aby byl zápis pravdivý?

9 ☐ 3 = 32 – 5

A) +

B) –

C) ·

D) :

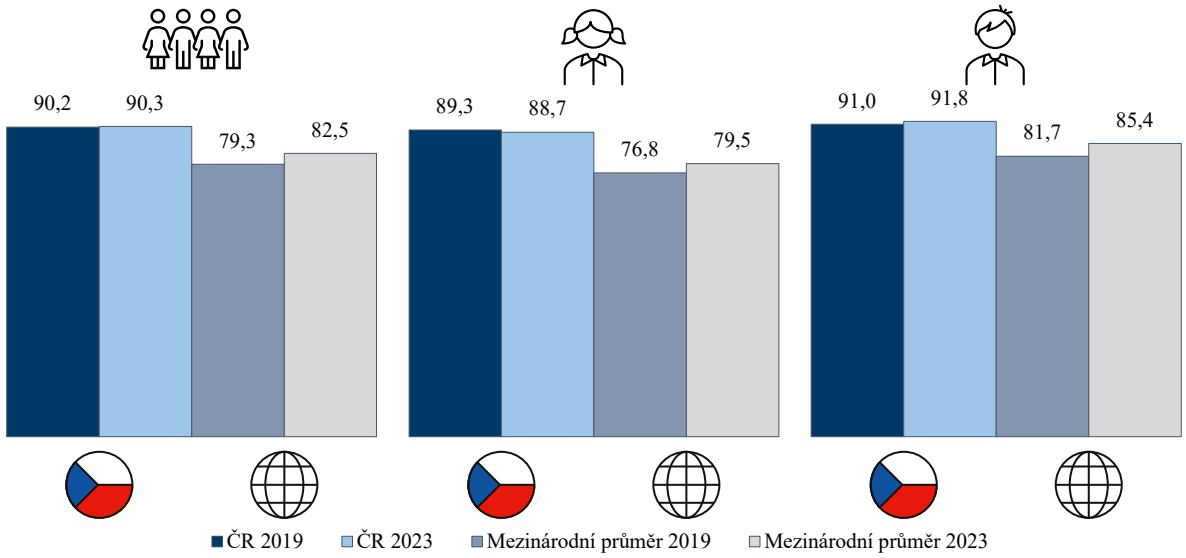
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Určení chybějícího čísla nebo znaménka v číselném zápisu (např. 17 + x = 29) |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Určování |
| **Obtížnost** | Úroveň 2 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: C**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

### Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 90,2 | 89,3 | 91,0 |
| Česká republika (2023) | 90,3 | 88,7 | 91,8 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 79,3 | 76,8 | 81,7 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 82,5 | 79,5 | 85,4 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 2,9 | 1,6 | **87,2** | 5,0 | 3,3 |
| Četnost (%) 2023 | 3,3 | 1,2 | **86,9** | 4,7 | 3,9 |

### Komentář a metodická doporučení

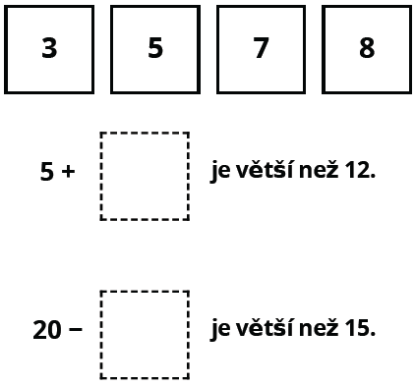
Doplnění znaménka do matematického zápisu vede žáky k porovnání hodnot na obou stranách rovnosti. Pravá strana má hodnotu 27, a žák proto hledá takovou operaci s čísly 9 a 3, která dá stejný výsledek. Správnou volbou je násobení, protože $9 \cdot 3 = 27$. Podstatné přitom není jen provedení jednoduchých výpočtů, ale také porozumění tomu, že rovnítko vyjadřuje vztah dvou výrazů stejné hodnoty, nikoli pouze pokyn k zapsání výsledku.

Čeští žáci dosáhli v této úloze velmi vysoké úspěšnosti, která byla výrazně nad mezinárodním průměrem. Výsledek naznačuje, že většina žáků 4. ročníku v tomto jednoduchém zápisu správně propojila výpočet s významem rovnosti. Ve výuce je vhodné na podobné úlohy navazovat rozmanitějšími zápisy, v nichž se porovnávají dvě strany rovnosti a chybějící číslo nebo operace nemusí být až na konci příkladu. Užitečné jsou například zápisy typu $8 + 4 = \square + 7$ nebo $6 \cdot \square = 30 - 6$. Takové úlohy podporují pružnější práci s rovností a pomáhají žákům chápat matematický zápis jako vztah, nejenom jako postup výpočtu.

## Úloha M9 (MM2_03, ME71036)

Doplň prázdná políčka tak, aby věty byly pravdivé.

Do každého políčka přetáhni jednu kartu s číslem.




| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Určení chybějícího čísla nebo znaménka v číselném zápisu (např. 17 + x = 29) |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Určování |
| **Obtížnost** | Úroveň 2 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

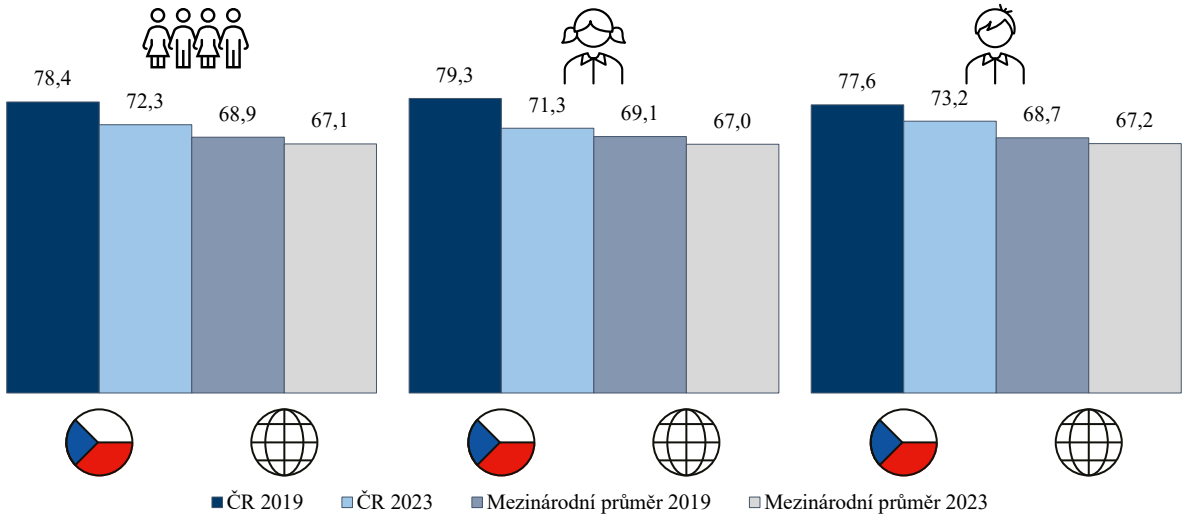
Kód 1: Obě čísla doplněna správně (5 + **8** > 12 a 20 – **3** > 15).

**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi, včetně doplnění pouze jednoho čísla správně.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 78,4 | 79,3 | 77,6 |
| Česká republika (2023) | 72,3 | 71,3 | 73,2 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 68,9 | 69,1 | 68,7 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 67,1 | 67,0 | 67,2 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 77,9 | 21,5 | 0,6 |
| Četnost (%) 2023 | 71,8 | 27,6 | 0,6 |

## Komentář a metodická doporučení

Úloha je založena na dvou krátkých matematických tvrzeních, která mají být po doplnění čísla pravdivá. Žáci vybírají z nabídky čtyř čísel a musí u každé části posoudit, zda vzniklá nerovnost skutečně platí. V prvním zápisu hledají číslo, které po přičtení k pěti dá výsledek větší než 12. Tuto podmínku splňuje pouze číslo 8. Ve druhém zápisu je situace odlišná. Číslo odečtené od 20 musí být dost malé na to, aby výsledek zůstal větší než 15, proto je správnou volbou číslo 3. Úloha je početně jednoduchá, ale vyžaduje přesné porozumění tomu, co znamená vztah „je větší než“.

Českým žákům úloha nečinila větší potíže a více než 70 % jich správně vybralo obě čísla. Dalších 11 % žáků doplnilo správně pouze jedno číslo – častěji číslo 8 v první nerovnosti než číslo 3 ve druhé. To naznačuje, že pro část žáků byla obtížnější druhá situace, v níž je třeba uvažovat, jak odečítané číslo ovlivní výslednou hodnotu. Chyby mohou souviset také se záměnou nerovnosti za rovnost. Číslo 7 v první části vede k výsledku 12 a číslo 5 ve druhé části k výsledku 15, tedy právě k hraniční hodnotě, která už podmínku „větší než“ nesplňuje. Ve výuce je užitečné nechat žáky u podobných zápisů slovně rozhodovat, která čísla „ještě nestačí“ a která už podmínku splňují. Pomoci může číselná osa, práce s hraniční hodnotou i hledání více možných řešení, aby žáci vnímali nerovnost jako vztah mezi hodnotami, nikoli jen jako jiné znaménko v příkladu.

## Úloha M10 (ME2_07, ME61232)

Fotbalová liga má celkem 120 hráčů.

Je v ní 8 týmů a v každém z nich $h$ hráčů.

Který zápis popisuje tuto situaci?

A) $8 \cdot h = 120$

B) $8 : h = 120$

C) $h = 8 \cdot 120$

D) $h = 120 + 8$

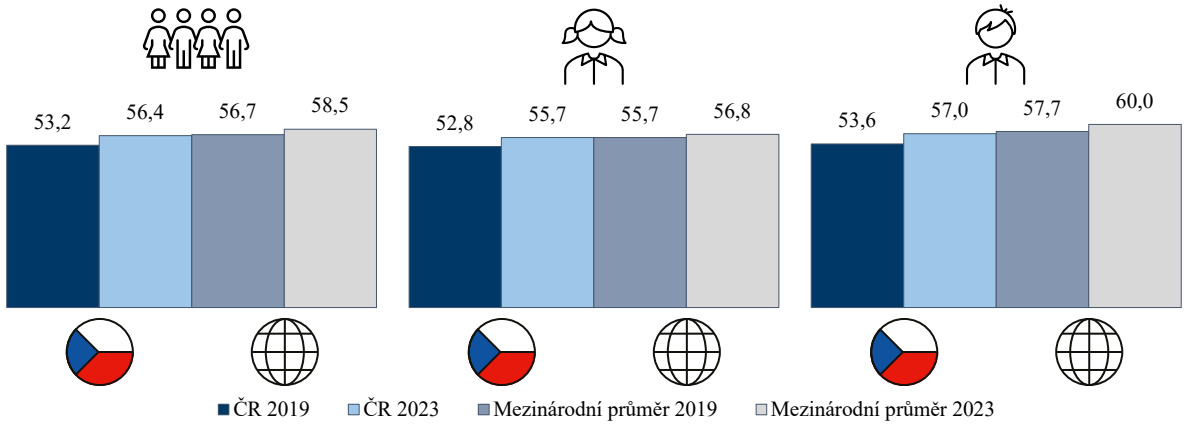
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Přiřazení nebo zapsání výrazů nebo číselných zápisů vyjadřujících problémové situace, které mohou obsahovat neznámé |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Vyjadřování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: A**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

### Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 53,2 | 52,8 | 53,6 |
| Česká republika (2023) | 56,4 | 55,7 | 57,0 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 56,7 | 55,7 | 57,7 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 58,5 | 56,8 | 60,0 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | **48,6** | 21,5 | 13,2 | 8,0 | 8,7 |
| Četnost (%) 2023 | **52,6** | 19,5 | 11,9 | 9,2 | 6,8 |

## Komentář a metodická doporučení

Fotbalová liga s osmi týmy představuje pro žáky jednoduchou slovní situaci, jejíž vztah mají vyjádřit rovnicí. V každém týmu je stejný, zatím neznámý počet hráčů označený písmenem *h* a dohromady má liga 120 hráčů. Správný zápis $8 \cdot h = 120$ vyjadřuje osm stejně velkých skupin, které tvoří jeden celek. Důležité je, že žáci zde nemají dopočítat hodnotu *h*, ale rozpoznat, který matematický zápis danou situaci přesně popisuje.

Správnou možnost vybrala více než polovina českých žáků, jejich úspěšnost však byla mírně nižší než mezinárodní průměr. Přibližně pětina žáků zvolila možnost $8 : h = 120$. To může ukazovat, že v zadání sice rozpoznali situaci spojenou se skupinami, ale zaměnili násobení a dělení nebo neodlišili počet týmů od počtu hráčů v jednom týmu. Ve výuce pomáhá podobné vztahy nejprve znázorňovat: osm políček pro osm týmů, v každém stejný počet hráčů a nad nimi celkový počet 120. Teprve poté má smysl přecházet k zápisu rovnicí. Žáci si tak lépe propojí slovní formulaci „osm týmů po *h* hráčích“ s násobením a současně porozumí tomu, proč písmeno v zápisu označuje neznámou hodnotu.

## Úloha M11 (MM2_04, ME71040)

Trenér potřebuje dát 40 tenisových míčků a 10 fotbalových míčů do tašek.

Do každé tašky se vejde **buď** 8 tenisových míčků, **nebo** 2 fotbalové míče.




Kterým způsobem může trenér spočítat, kolik tašek bude celkem potřebovat?

A) $40 + (10 : 2)$

B) $(40 : 2) + (10 : 8)$

C) $(40 + 8) : (10 + 2)$

D) $(40 : 8) + (10 : 2)$

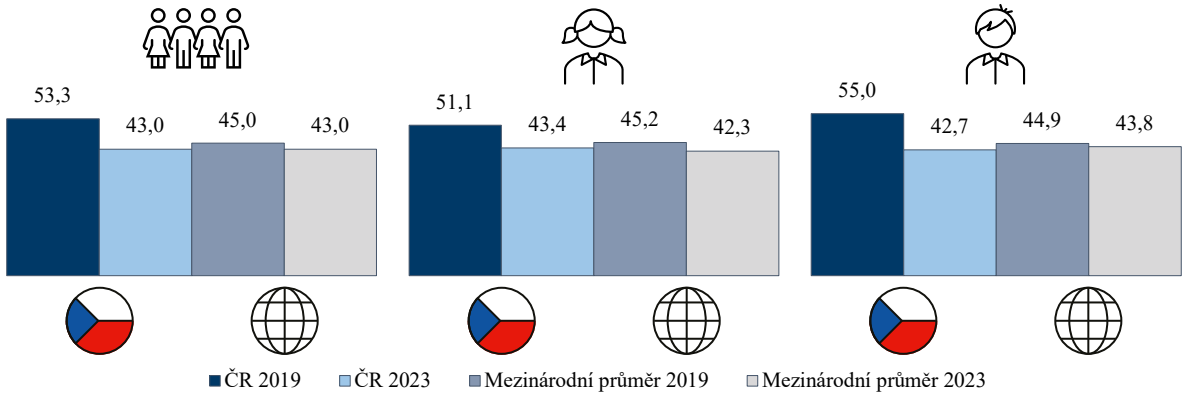
| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Přiřazení nebo zapsání výrazů nebo číselných zápisů vyjadřujících problémové situace, které mohou obsahovat neznámé |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Vyjadřování |
| **Obtížnost** | Úroveň 4 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď: D**

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

### Úspěšnost žáků



| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 53,3 | 51,1 | 55,0 |
| Česká republika (2023) | 43,0 | 43,4 | 42,7 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 45,0 | 45,2 | 44,9 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 43,0 | 42,3 | 43,8 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | A | B | C | D | Kód 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 21,2 | 11,0 | 11,5 | **49,9** | 6,4 |
| Četnost (%) 2023 | 25,4 | 14,5 | 14,8 | **41,3** | 4,0 |

### Komentář a metodická doporučení

Úloha ověřuje, zda žáci dokážou reálnou situaci vyjádřit matematickým zápisem a zda rozumějí významu základních početních operací. Trenér má uložit do tašek dva různé druhy míčů: 40 tenisových míčků a 10 fotbalových míčů. Podstatné je, že pro každý druh míčů platí jiná velikost skupiny. Do jedné tašky se vejde buď 8 tenisových míčků, nebo 2 fotbalové míče. Žák proto musí situaci rozdělit na dvě části: nejprve zapsat postup výpočtu pro určení počtu tašek pro tenisové míčky a následně pro určení počtu tašek pro fotbalové míče a oba postupy sloučit. Této úvaze odpovídá zápis (40 : 8) + (10 : 2). Nejde tedy o to slovní úlohu vypočítat, ale rozpoznat výraz, který správně popisuje celý postup.

Úspěšnost českých žáků se oproti roku 2019 snížila přibližně o deset procentních bodů a v roce 2023 odpovídala mezinárodnímu průměru. Správnou možnost zvolilo 41 % žáků. Nejčastější chybnou odpovědí byla možnost 40 + (10 : 2), kterou vybrala přibližně čtvrtina žáků. Tato volba naznačuje, že část žáků správně určila počet tašek pro fotbalové míče, ale u tenisových míčků zaměnila počet míčků za počet tašek. Ve výuce je vhodné podobné úlohy nejprve rozčlenit: co se balí, kolik toho je, kolik se vejde do jedné tašky a co přesně se má zjistit. Pomoci může jednoduchá tabulka nebo znázornění skupin po osmi a po dvou. Teprve když žáci slovně popíší, co znamená každý dílčí výpočet, má smysl přejít k zápisu celého výrazu.

## 1.1.3 Zlomky a desetinná čísla

### Úloha M12 (ME2_05, ME61182)

Zdena má $\frac{1}{2}$ litru pomerančového džusu a Karel má $\frac{3}{4}$ litru pomerančového džusu.

Kolik litrů pomerančového džusu mají Zdena a Karel dohromady?

Odpověď:

| | |
|---|---|
| **Cíl úlohy** | Popisování zlomku jako části celku nebo části souboru; vyjádření zlomku slovně, číselně nebo modelem; porovnávání a uspořádání jednoduchých zlomků podle velikosti; sčítání a odčítání jednoduchých zlomků včetně zlomků v problémových úlohách (v testových úlohách pro 4. ročník se mohou vyskytovat zlomky se jmenovatelem 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 nebo 100) |
| **Dovednost** | Používání znalostí – Provádění |
| **Obtížnost** | Úroveň 5 |

### Vyhodnocení otázky

**Správná odpověď**

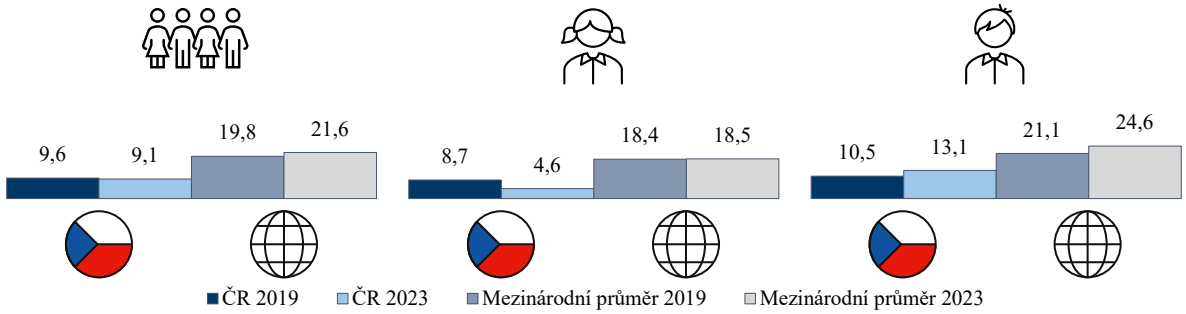
Kód 1: $1\frac{1}{4}$ nebo ekvivalentní vyjádření.

**Nesprávná odpověď**

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

## Úspěšnost žáků




| Úspěšnost žáků (%) | Celkem | Dívky | Chlapci |
|---|---|---|---|
| Česká republika (2019) | 9,6 | 8,7 | 10,5 |
| Česká republika (2023) | 9,1 | 4,6 | 13,1 |
| Mezinárodní průměr (2019) | 19,8 | 18,4 | 21,1 |
| Mezinárodní průměr (2023) | 21,6 | 18,5 | 24,6 |

| Rozložení odpovědí českých žáků | Kód 1 | Kód 0 | Kód 9 |
|---|---|---|---|
| Četnost (%) 2019 | 8,6 | 81,1 | 10,3 |
| Četnost (%) 2023 | 8,3 | 82,6 | 9,1 |

## Komentář a metodická doporučení

Slovní úloha zaměřená na sčítání dvou zlomků s různým jmenovatelem. Klíčové je porozumět oběma zlomkům jako částem téhož celku, tedy jednoho litru. Polovinu litru si žák může představit jako dvě čtvrtiny. Když k nim přidá další tři čtvrtiny, dostane pět čtvrtin litru, tedy 1 1/4 litru. Úloha proto nemusí být řešena formálním algoritmem pro sčítání zlomků s různými jmenovateli. Názorný model jednoho litru rozděleného na čtvrtiny může žákům pomoci uvidět, že výsledné množství přesáhne jeden celý litr.

Pro české žáky byla úloha mimořádně obtížná. Správnou odpověď uvedlo méně než 10 % žáků a výsledek byl výrazně nižší než mezinárodní průměr. Nízká úspěšnost pravděpodobně souvisí s tím, že sčítání zlomků s různými jmenovateli a výsledek větší, než jeden celek nejsou ve 4. ročníku běžně upevněným učivem. Chyby mohly vznikat mechanickým sčítáním čitatelů a jmenovatelů, nejistotou při hledání společné jednotky nebo představou, že součet dvou částí musí zůstat menší než jeden litr. Ve výuce mohou pomoci odměrky, proužky papíru, kruhové modely nebo čtverce rozdělené na čtvrtiny. Důležité je, aby žáci nejprve množství skládali a popisovali vlastními slovy a teprve poté přecházeli k číselnému zápisu zlomků a výpočtům.