1.1 Čísla

1.1.1 Přirozená čísla

Úloha M1 (ME2_09, ME61264)

Na obrázku dole je cestička, kterou používají šneci. Šneci se mohou pohybovat doleva nebo doprava. Vzdálenost mezi dvěma puntíky na cestičce je jedna jednotka.



Na cestičce jsou šneci S a T.

A. Šnek S začíná v ▲. Posune se o 4 jednotky doprava. Kde skončí?
Přetažením písmene S označ tento bod na cestičce.

B. Šnek T skončí v ◆. Předtím se posunul o 6 jednotek doleva. Kde šnek začal?
Přetažením písmene T označ tento bod na cestičce.

Cíl úlohy	Porozumění řádům čísel (dvouciferných až šesticiferných); vyjádření přirozených čísel slovně, na číselné ose, pomocí diagramů a symbolů; uspořádání čísel podle velikosti
Dovednost	Používání znalostí – Provádění
Obtížnost	Úroveň 4 (částečná odpověď – úroveň 3)

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď

Kód 2: Označeny správně oba body S a T na cestičce.



Částečně správná odpověď

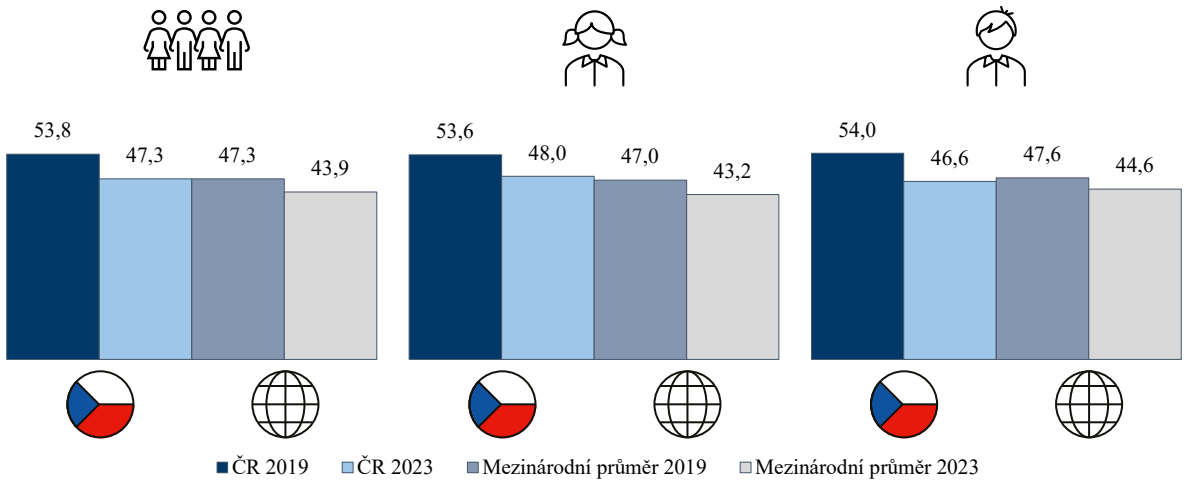
Kód 1: Správně označen pouze jeden bod (buď bod S, nebo bod T).

Nesprávná odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	53,8	53,6	54,0
Česká republika (2023)	47,3	48,0	46,6
Mezinárodní průměr (2019)	47,3	47,0	47,6
Mezinárodní průměr (2023)	43,9	43,2	44,6

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) 2019	33,3	23,6	27,0	16,1
Četnost (%) 2023	30,6	24,1	35,6	9,7

Komentář a metodická doporučení

Žáci se při řešení úlohy nejprve musí zorientovat v diagramu znázorňujícím cestičku s vyznačenými body, která připomíná číselnou osu. Cestička není očíslovaná ani rovná, přesto jsou na ní body rozmístěny pravidelně. Žáci se tedy nemohou spolehnout na napsaná čísla. Musí sledovat jednotkovou vzdálenost mezi sousedními body a směr pohybu. V první části postupují od vyznačeného počátečního bodu o čtyři jednotky doprava. Ve druhé části je úvaha obrácená. Žák zná místo, kde šnek skončil, a má určit, odkud vyšel. Pokud se šnek posunul o šest jednotek doleva, jeho výchozí bod musí ležet o šest jednotek napravo od cíle.

Obtíže se proto nemusely týkat samotného počítání, ale spíše přesného porozumění posunu. Žák mohl počítat vyznačené body místo mezer mezi nimi, započítat výchozí bod jako první krok nebo se vydat stejným směrem, jaký je uveden v zadání, přestože hledal počáteční polohu. Částečné odpovědi tomu odpovídají: bod S čeští žáci určovali správně častěji než bod T. Úspěšnost českých žáků se oproti roku 2019 snížila, přesto byla mírně vyšší než mezinárodní průměr a rozdíl mezi dívkami a chlapci byl velmi malý. Pro výuku je užitečné, aby žáci podobné posuny nejen zakreslovali, ale také fyzicky prováděli a slovně popisovali. Pomáhá práce s číselnou osou, pásky, políčky i úlohami, v nichž je známý konec pohybu a hledá se začátek.

Úloha M2 (MM2_01, ME71013)

1 000 − 403 =

A) 597

B) 603

C) 607

D) 697

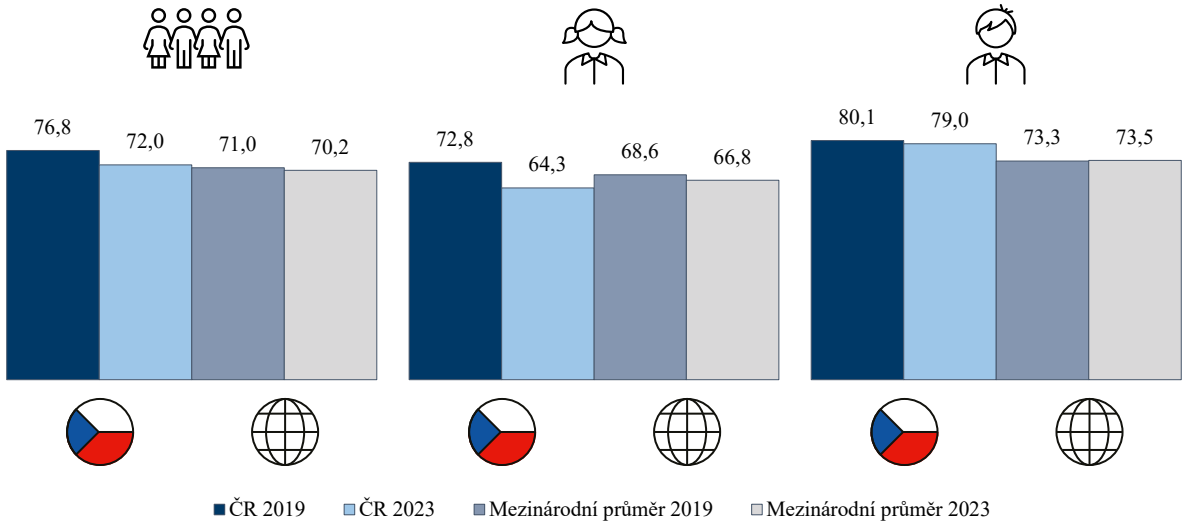
Cíl úlohy	Sčítání a odčítání (až čtyřciferných čísel)
Dovednost	Prokazování znalostí – Počítání
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	76,8	72,8	80,1
Česká republika (2023)	72,0	64,3	79,0
Mezinárodní průměr (2019)	71,0	68,6	73,3
Mezinárodní průměr (2023)	70,2	66,8	73,5

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) 2019	**76,7**	4,2	7,5	11,4	0,2
Četnost (%) 2023	**71,8**	4,8	10,2	13,0	0,2

Komentář a metodická doporučení

Jednoduchá početní úloha, ve které žáci odečítali trojciferné číslo od tisíce, přičemž správný výsledek vybírají ze čtyř nabízených možností. Příklad 1 000 − 403 není náročný svým kontextem, dobře však ukazuje, jak jistě žáci pracují s řádovou stavbou čísla. Nestačí zacházet s číslicemi izolovaně. Žák musí správně pracovat s řády tisíců, stovek, desítek a jednotek a porozumět tomu, jak lze číslo 1 000 při výpočtu vhodně rozložit. Výsledek může určit písemným postupem, ale také dopočítáváním od 403 do 1 000: nejprve 7 do 410, potom 90 do 500 a nakonec 500 do 1 000. Tento postup vede ke správnému výsledku 597 a zároveň posiluje porozumění vztahu mezi odčítáním a dopočítáváním.

Nesprávné odpovědi naznačují, že část žáků nepracovala dostatečně jistě s hodnotou jednotlivých řádů nebo si výsledek neověřila odhadem. Žáci většinou chybovali při dopočítávání do desítky, 13 % jich nepřipočetlo jednotku ve druhém kroku a dalších 10 % ani jednou. Správná odpověď má být o něco menší než 600, což může sloužit jako jednoduchá kontrola přiměřenosti výsledku. Čeští žáci byli v roce 2023 mírně úspěšnější než mezinárodní průměr, jejich výsledek se však oproti roku 2019 snížil. Výraznější pokles je patrný u dívek. Ve výuce je vhodné spojovat písemné odčítání s názornou představou čísla. Pomáhá práce s číselnou osou, penězi, stovkovými tabulkami i úlohami typu „kolik chybí do tisíce“, při nichž žáci porovnávají různé cesty ke stejnému výsledku. Přirozeným rozšířením jsou také situace z nakupování, kdy žáci určují, kolik peněz má prodavačka vrátit při platbě bankovkou určité hodnoty. Takové úlohy ukazují odčítání a dopočítávání v běžném kontextu a současně podporují odhad přiměřenosti výsledku.

Úloha M3 (ME2_03, ME61271)

6 · 312 =

Odpověď:

Cíl úlohy	Násobení (až trojciferného čísla jednociferným číslem a dvouciferného čísla dvouciferným číslem) a dělení (až trojciferného čísla jednociferným číslem)
Dovednost	Prokazování znalostí – Počítání
Obtížnost	Úroveň 2

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď

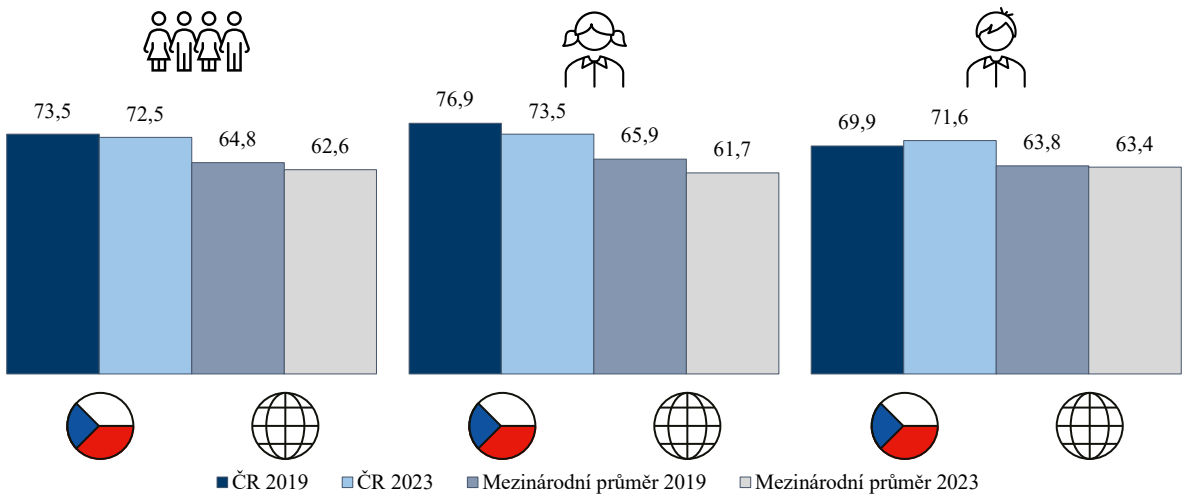
Kód 1: 1 872

Nesprávná odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	73,5	76,9	69,9
Česká republika (2023)	72,5	73,5	71,6
Mezinárodní průměr (2019)	64,8	65,9	63,8
Mezinárodní průměr (2023)	62,6	61,7	63,4

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) 2019	70,4	25,3	4,3
Četnost (%) 2023	69,5	26,3	4,2

Komentář a metodická doporučení

V příkladu 6 · 312 mají žáci určit součin trojciferného a jednociferného čísla. Úloha je početně přímočará, přesto dobře ukazuje, zda žáci při násobení pracují s celým číslem, nebo pouze s jednotlivými číslicemi. Správný postup se opírá o rozklad čísla 312 na stovky, desítky a jednotky: šestkrát 300 je 1 800, šestkrát 10 je 60 a šestkrát 2 je 12. Po sečtení dílčích součinů dostaneme výsledek 1 872. Stejnou úvahu lze provést písemně i zpaměti. Důležité je, aby žák zachoval řádovou hodnotu každé části čísla.

Přibližně čtvrtina českých žáků uvedla nesprávný výsledek. Chyby mohly souviset s nepřesným násobením některé části čísla, se zapomenutým dílčím součinem nebo s chybným sčítáním výsledků. Celkově však čeští žáci dosáhli výrazně lepšího výsledku než mezinárodní průměr a rozdíl mezi dívkami a chlapci byl malý. Ve výuce je vhodné propojovat písemný algoritmus s rozkladem čísla a s odhadem výsledku. Pomoci může například obdélníkový model, v němž si žáci představí součin 6 · 312 jako šest řad rozdělených na části 300, 10 a 2. Dílčí součiny 6 · 300, 6 · 10 a 6 · 2 pak názorně ukazují, proč se při výpočtu násobí stovky, desítky i jednotky. Slovní vysvětlení postupu navíc pomáhá odlišit mechanické použití algoritmu od skutečného porozumění.

Úloha M4 (ME2_01, ME61178)

Mount Everest je vysoký 8 848 metrů.

Zaokrouhli tuto výšku na tisíce.

Odpověď:

Cíl úlohy	Řešení problémových úloh zahrnujících lichá a sudá čísla, násobky a dělitele čísel, zaokrouhlování čísel (na nejbližší mocninu desítky) a provádění odhadů
Dovednost	Prokazování znalostí – Počítání
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď

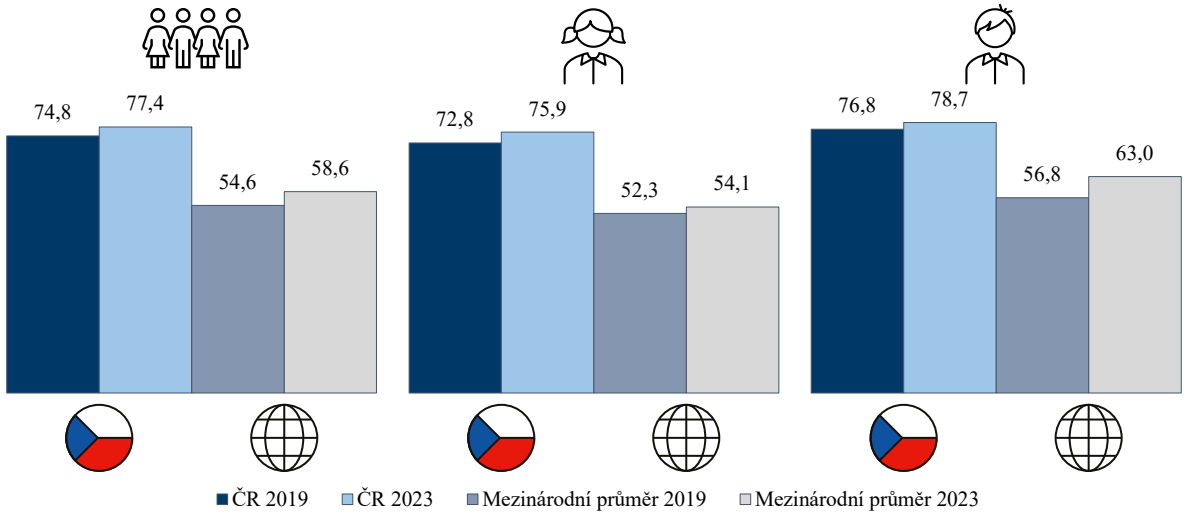
Kód 1: 9 000 m

Nesprávná odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	74,8	72,8	76,8
Česká republika (2023)	77,4	75,9	78,7
Mezinárodní průměr (2019)	54,6	52,3	56,8
Mezinárodní průměr (2023)	58,6	54,1	63,0

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) 2019	72,7	24,5	2,8
Četnost (%) 2023	75,1	21,9	3,0

Komentář a metodická doporučení

Zaokrouhlení výšky Mount Everestu na tisíce vede žáky k tomu, aby s číslem 8 848 nepracovali jen jako se sledem číslic, ale také jako s hodnotou na číselné ose. Žák má určit, ke kterému tisíci je uvedená výška nejblíže. Nestačí si pouze pamatovat pravidlo pro zaokrouhlování. Je třeba porozumět tomu, že číslo 8 848 leží mezi 8 000 a 9 000 a že je výrazně blíže k 9 000. Rozhodující je číslice na řádu stovek, která ukazuje, že zaokrouhlená hodnota má být 9 000 metrů.

Výsledek českých žáků byl v roce 2023 výrazně vyšší než mezinárodní průměr a oproti roku 2019 se mírně zlepšil. Rozdíl mezi dívkami a chlapci byl poměrně malý. Přesto více než pětina žáků uvedla nesprávnou odpověď, což může naznačovat nejistotu v tom, ke kterému řádu se má číslo zaokrouhlit, nebo chybějící představu o poloze čísla mezi dvěma tisíci. Ve výuce je užitečné pracovat s reálnými údaji, například s výškami hor, vzdálenostmi mezi městy nebo počty obyvatel, a nechat žáky nejprve odhadovat přibližnou hodnotu. Číselná osa s vyznačenými body 8 000, 8 500 a 9 000 dobře ukáže, proč se hodnota 8 848 zaokrouhluje právě na 9 000.

Úloha M5 (ME2_02, ME61246)

Které číslo je sudé **a zároveň** násobkem 7?

A) 21

B) 24

C) 42

D) 77

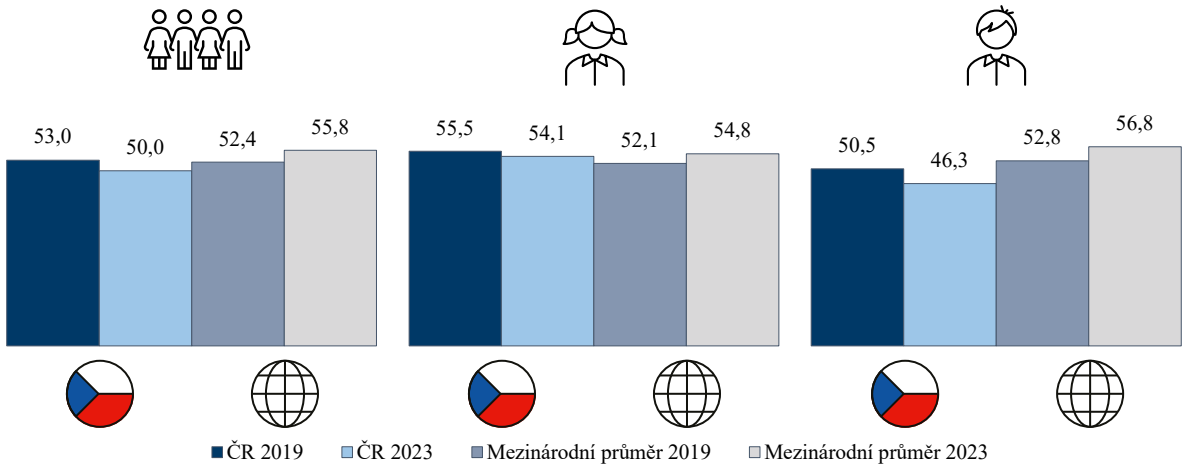
Cíl úlohy	Řešení problémových úloh zahrnujících lichá a sudá čísla, násobky a dělitele čísel, zaokrouhlování čísel (na nejbližší mocninu desítky) a provádění odhadů
Dovednost	Prokazování znalostí – Vybavování
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: C

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	53,0	55,5	50,5
Česká republika (2023)	50,0	54,1	46,3
Mezinárodní průměr (2019)	52,4	52,1	52,8
Mezinárodní průměr (2023)	55,8	54,8	56,8

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) 2019	34,0	5,8	**51,9**	6,2	2,1
Četnost (%) 2023	34,8	7,9	**49,5**	6,7	1,1

Komentář a metodická doporučení

V této úloze nestačí poznat sudé číslo nebo vyhledat násobek sedmi. Žáci mají ze čtyř možností vybrat číslo, které splňuje obě podmínky zároveň. Právě slovo „zároveň“ je pro řešení podstatné. Úloha proto ověřuje nejen znalost násobků

a rozlišování sudých a lichých čísel, ale také čtení zadání s porozuměním. Žák si musí obě podmínky podržet v paměti a postupně podle nich posoudit každou nabízenou možnost. Čísla 21 a 77 mohou být lákavá, protože jsou násobky sedmi, ale nejsou sudá. Číslo 24 je sudé, nesplňuje však druhou podmínku. Správnou odpovědí je proto 42.

Rozložení odpovědí naznačuje, že část žáků se zaměřila pouze na jednu z uvedených vlastností. Nejčastější chybnou volbou bylo číslo 21, které splňuje podmínku násobku 7, nikoli však podmínku sudosti. Úspěšnost českých žáků byla nižší než mezinárodní průměr, výrazněji za ním zaostali chlapci. Ve výuce je vhodné podobné úlohy spojovat s tříděním čísel podle více znaků a současně se vracet k přesnému čtení zadání. Učitel může žákům nabídnout sadu čísel a nechat je rozdělit na sudá čísla, lichá čísla, násobky 7, čísla splňující obě podmínky a čísla nesplňující ani jednu. Dobře poslouží také Vennovy diagramy nebo krátké otázky typu „Které číslo patří do obou skupin?“. Takové úlohy pomáhají žákům upevnit pojmy sudé a liché číslo a zároveň rozvíjejí schopnost pracovat s více informacemi najednou.

Úloha M6 (MM2_02, ME71026)

Pro které číslo jsou tato tři tvrzení pravdivá?

- Je větší než 24 a menší než 42.
- Je to násobek 9.
- Je sudé.

Odpověď:

Cíl úlohy	Řešení problémových úloh zahrnujících lichá a sudá čísla, násobky a dělitele čísel, zaokrouhlování čísel (na nejbližší mocninu desítky) a provádění odhadů
Dovednost	Uvažování – Propojování
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď

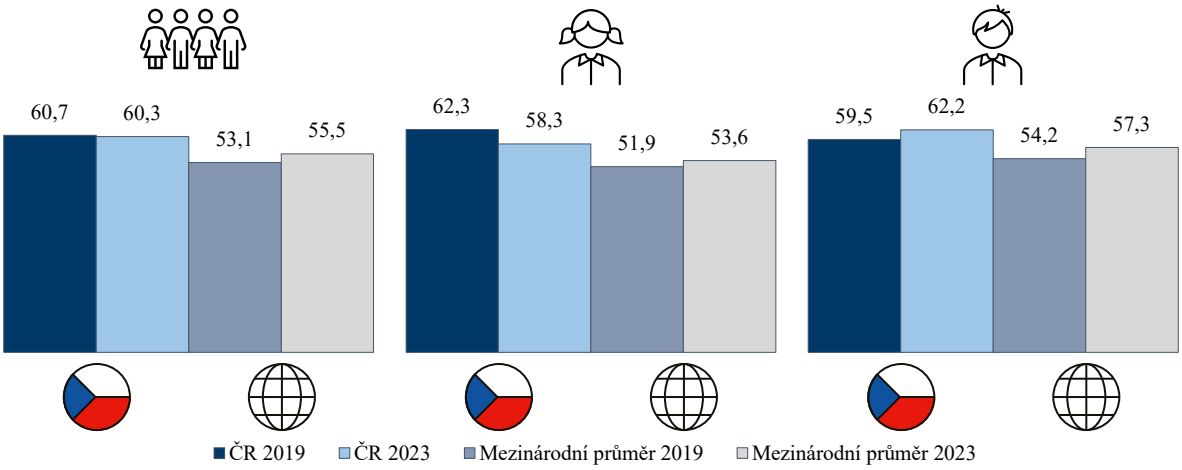
Kód 1: 36

Nesprávná odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	60,7	62,3	59,5
Česká republika (2023)	60,3	58,3	62,2
Mezinárodní průměr (2019)	53,1	51,9	54,2
Mezinárodní průměr (2023)	55,5	53,6	57,3

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) 2019	55,5	36,0	8,5
Četnost (%) 2023	56,8	37,4	5,8

Komentář a metodická doporučení

Tři krátká tvrzení vedou žáky k hledání čísla, které splňuje všechny uvedené podmínky najednou. Úloha není početně náročná, vyžaduje však důkladné čtení s porozuměním a systematické ověřování. Nejprve je třeba omezit výběr na čísla větší než 24 a menší než 42. V tomto intervalu leží dva násobky 9, tedy čísla 27 a 36. Teprve porozumění rozdílu mezi sudým a lichým číslem umožní rozhodnout, že správnou odpovědí je 36. Úloha tak dobře ukazuje rozdíl mezi tím, když žák rozpozná jednu nebo dvě vlastnosti čísla, a tím, když dokáže zohlednit všechny podmínky současně.

Nesprávná odpověď 27 naznačuje, že někteří žáci pravděpodobně pracovali jen s částí zadání. Číslo 27 je v požadovaném intervalu a je násobkem 9, nesplňuje však podmínku sudosti. Výsledek českých žáků byl v roce 2023 o něco vyšší než mezinárodní průměr a oproti roku 2019 se téměř nezměnil. Chlapci byli v této úloze úspěšnější než dívky. Pro výuku je užitečné rozvíjet u žáků zvyk kontrolovat podmínky postupně a vracet se k zadání. Dobře fungují úlohy, v nichž žáci zapisují kandidátní čísla a u každého z nich si označují, které podmínky splňuje. Taková práce podporuje znalost násobků, upevňuje porozumění sudým a lichým číslům a zároveň posiluje přesnost matematického uvažování.

Úloha M7 (ME2_04, ME61256)

Marek a Katka hrají hru, při které používají těchto 8 karet.



Položí karty lícem dolů tak, že čísla nejsou vidět. Pak si každý hráč vytáhne 2 karty. Hráč s větším součtem vyhrává.

Marek si vytáhne kartu **8** a kartu **2**. Součet je 10.

Katka si jako první vytáhne kartu **4**.

Může Katka hru vyhrát?

(Označ jeden čtvereček.)

☐ Ano

☐ Ne

Vysvětli svou odpověď.

Cíl úlohy	Kombinování dvou či více vlastností čísel nebo početních operací při řešení problémových úloh
Dovednost	Uvažování – Zdůvodňování
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď

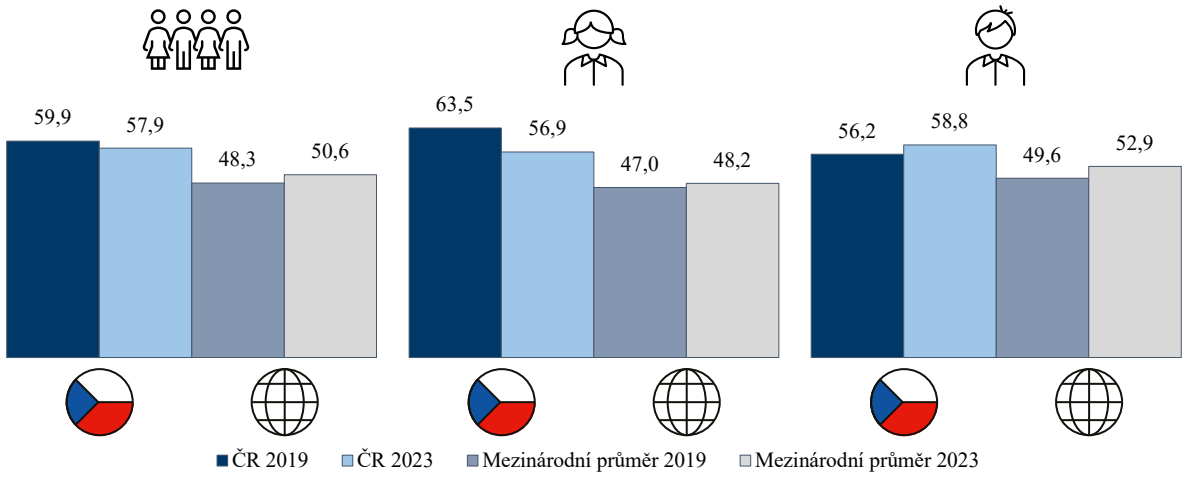
Kód 1: **Ano** s vysvětlením, že Katka může položit kartu 7 (uznávejte také kartu 8).

Nesprávná odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi.

Kód 9: Zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků



Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2019)	59,9	63,5	56,2
Česká republika (2023)	57,9	56,9	58,8
Mezinárodní průměr (2019)	48,3	47,0	49,6
Mezinárodní průměr (2023)	50,6	48,2	52,9

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) 2019	58,4	39,1	2,5
Četnost (%) 2023	56,6	41,2	2,2

Komentář a metodická doporučení

V karetní úloze mají žáci posoudit, zda Katka může získat větší součet než Marek, a svou odpověď zdůvodnit. Marek má součet 10, Katka už má kartu 4. Žák proto hledá, jakou druhou kartu by Katka potřebovala, aby Markův součet překonala. Nemusí rozebírat všechny možnosti, ale stačí najít jednu, která vítězství umožní. Karta 6 by vedla pouze k remíze, zatímco karta 7 už dává součet 11. Proto Katka hru vyhrát může. Vzhledem k tomu, že ze zadání jednoznačně neplyne, zda se karta vytažená Markem může znovu objevit, bylo možné uznat také vysvětlení s kartou 8.

Obtížnost úlohy spočívá hlavně v propojení jednoduchého výpočtu s rozhodnutím a slovním zdůvodněním. Někteří žáci mohli uvažovat jen o Katčině první kartě 4 a Markově součtu 10, jiní mohli přehlédnout, že k výhře je potřeba součet větší než 10, nikoli stejný. Výsledek českých žáků byl v roce 2023 vyšší než mezinárodní průměr, oproti roku 2019 se však mírně snížil. Rozdíl mezi dívkami a chlapci byl malý. Ve výuce mohou pomoci podobné herní situace s kartami nebo kostkami, v nichž žáci hledají číslo potřebné k překročení dané hranice a zároveň vysvětlují, proč jejich volba stačí. Takové úlohy přirozeně rozvíjejí porovnávání součtů, práci s podmínkou i schopnost stručně zdůvodnit řešení.