

**PISA 2022: Inspirace pro rozvoj
matematické gramotnosti a finanční gramotnosti**
Část 1 – uvolněné úlohy

Na přípravě výstupu se podíleli Vladislav Tomášek, Mgr. Lucie Bird, Mgr. Simona Boudová.

Materiál je pod licencí Creative Commons CC BY-SA 4.0

Uveďte původ – zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní



Hlavní zdroje použité při přípravě publikace:

Matematika

Kap. 2: PISA 2022 Released Main Survey New Mathematics Items © 2023, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris. Produced by ETS, Core A Contractor

Kap. 3: PISA 2022 Released Field Trial New Mathematics Items © 2023, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris. Produced by ETS, Core A Contractor

Kap. 4: PISA 2022 Mathematics Framework (draft) © 2018, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris.

Kap. 5: Česká školní inspekce © 2020.

Finanční gramotnost

Kap. 2: PISA 2022 Released Financial Literacy Items © 2023, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris.

Kap. 3: PISA 2018 Released Financial Literacy Items © 2018, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Paris.

Tato publikace byla vydána jako plánovaný výstup projektu Datově-analytická podpora pro hodnocení a řízení vzdělávací soustavy ČR (registrační číslo projektu: CZ.02.02.XX/00/22_005/0002901) spolufinancovaného Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



**Spolufinancováno
Evropskou unií**

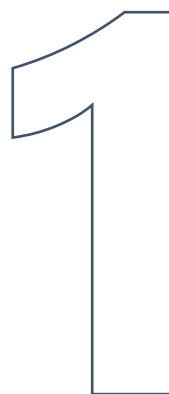
MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OBSAH

MATEMATIKA.....	5
1 ÚVOD.....	8
1.1 POJETÍ MATEMATICKÉ GRAMOTNOSTI V PISA 2022.....	8
1.2 JAK PRACOVAT S UVOLNĚNÝMI ÚLOHAMI.....	9
2 UVOLNĚNÉ ÚLOHY Z HLAVNÍHO ŠETŘENÍ PISA 2022.....	12
2.1 ÚLOHA 1 SLUNEČNÍ SOUSTAVA.....	12
2.2 ÚLOHA 2 TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR.....	15
2.3 ÚLOHA 3 BODY.....	20
2.4 ÚLOHA 4 ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ.....	23
3 UVOLNĚNÉ ÚLOHY Z PILOTNÍHO ŠETŘENÍ PISA 2022.....	34
3.1 ÚLOHA 1 NÁKUP AUTA.....	34
3.2 ÚLOHA 2 PRODEJ DVD.....	38
3.3 ÚLOHA 3 STĚHOVACÍ VŮZ.....	44
3.4 ÚLOHA 4 SPINERY.....	48
4 ÚLOHY Z KONCEPČNÍHO RÁMCE PISA 2022.....	56
4.1 ÚLOHA 1 POUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEFONŮ.....	56
4.2 ÚLOHA 2 KRÁSA MOCNIN.....	60
4.3 ÚLOHA 3 VŽDY, NĚKDY, NIKDY.....	63
4.4 ÚLOHA 4 OBKLÁDÁNÍ.....	66
4.5 ÚLOHA 5 ROZHODNUTÍ O KOUPI.....	73
4.6 ÚLOHA 6 NAVIGOVÁNÍ.....	79
5 ČESKÉ ÚLOHY NAVRŽENÉ PRO PISA 2022.....	86
5.1 ÚLOHA 1 BAZÉN.....	86
5.2 ÚLOHA 2 ZAQUAPARK.....	90
5.3 ÚLOHA 3 PITNÁ VODA.....	95
PŘÍLOHA 1 DOVEDNOSTNÍ ÚROVNĚ – MATEMATICKÁ GRAMOTNOST.....	102
 FINANČNÍ GRAMOTNOST.....	105
1 ÚVOD.....	108
1.1 POJETÍ FINANČNÍ GRAMOTNOSTI V PISA 2022.....	108
1.2 JAK PRACOVAT S UVOLNĚNÝMI ÚLOHAMI.....	109
2 UVOLNĚNÉ ÚLOHY PISA 2022.....	112
2.1 ÚLOHA 1 NOVÉ KOLO.....	112
2.2 ÚLOHA 2 ONLINE PRODEJ.....	115

3	UVOLNĚNÉ ÚLOHY PISA 2018	120
3.1	ÚLOHA 1 NÁKLADY NA PROVOZ AUTA.....	120
3.2	ÚLOHA 2 HI-FI VĚŽ	121
3.3	ÚLOHA 3 VÝPIS Z ÚČTU.....	123
3.4	ÚLOHA 4 TELEFONNÍ TARIFY	126
3.5	ÚLOHA 5 VYZVÁNĚCÍ TÓNY.....	130
3.6	ÚLOHA 6 NAKUPOVÁNÍ NA INTERNETU	132
3.7	ÚLOHA 7 SMLOUVA NA MOBILNÍ TELEFON	134
	PŘÍLOHA 1 DOVEDNOSTNÍ ÚROVNĚ – FINANČNÍ GRAMOTNOST.....	138

MATEMATIKA



Úvod

1 ÚVOD

Největší projekt v oblasti vzdělávacího výzkumu **PISA** (Programme For International Student Assessment) sleduje úroveň matematické, čtenářské a přírodovědné gramotnosti patnáctiletých žáků. Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD) koordinuje toto šetření od roku 2000 v pravidelných tříletých cyklech. Česká republika se do něj zapojuje pravidelně od jeho počátku.

V každém cyklu šetření OECD zveřejňuje ukázkou testových úloh, které žáci řešili, čímž umožňuje širší veřejnosti seznámit se se specifickými rysy tohoto šetření. Cílem této publikace je představit **soubor uvolněných matematických úloh, které byly vyvinuty pro testování PISA 2022**, kdy byla matematická gramotnost hlavní sledovanou oblastí. S ohledem na stanovený **věk cílové populace šetření 15 let** byly úlohy zadávány zpravidla žákům navštěvujícím 9. ročník základní školy, 1. ročník střední školy a odpovídající ročníky víceletého gymnázia. Zveřejněné úlohy tak mohou sloužit jako **zdroj didaktické inspirace pro rozvoj matematické gramotnosti** vyučujícím na druhém stupni základní školy, na škole střední či na víceletém gymnáziu. Mohou být využity jako nástroj pro ověřování již osvojených dovedností, ale i jako výukový materiál pro seznámení žáků s vybranými tématy. Svým zaměřením na řešení problémů, s nimiž se žáci mohou setkat v každodenním životě, mohou úlohy nabídnout nový pohled na **aplikaci matematického učiva v reálných situacích**.

Publikace postupně představuje:

- úlohy, které byly použity v **hlavním šetření PISA** v roce 2022,
- úlohy, které byly použity pouze v **pilotním šetření PISA** v roce 2021,
- úlohy, které jsou součástí **matematického koncepčního rámce**,
- úlohy vyvinuté **českým expertním týmem** pro účely testování PISA.

1.1 Pojetí matematické gramotnosti v PISA 2022

Všechny úlohy v testu PISA vycházejí z **koncepčního rámce šetření**, který je pravidelně aktualizován a revidován tak, aby sledované kompetence a znalosti zůstávaly relevantní a odpovídaly současnému společenskému a vědeckému kontextu. [Koncepční rámec matematické gramotnosti](#) pro PISA 2022 definuje, jakými znalostmi a dovednostmi by měli mladí lidé ve věku 15 let disponovat, aby byli schopni řešit problémy každodenního života, zahrnující právě i matematiku.



Konstrukce matematické gramotnosti definuje schopnost jedince uvažovat matematicky a řešit problémy v různých kontextech 21. století, přičemž zásadní důraz klade na schopnost žáků aplikovat znalosti matematiky v reálných situacích. K tomu je nezbytné, aby si všichni žáci, bez ohledu na to, zda již ukončili své formální vzdělání, nebo v něm budou pokračovat, osvojili v hodinách matematiky určitý soubor znalostí a dovedností.

Každá testová úloha představená v této části publikace je zařazena buď do **kategorie matematického uvažování**, nebo do jedné ze tří kategorií **matematických postupů** souvisejících s řešením problémů:

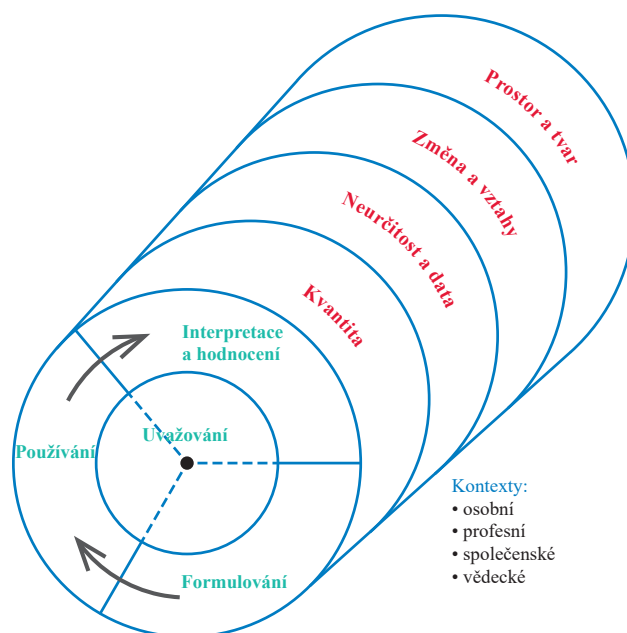
Matematické uvažování a řešení problémů

Matematické uvažování	
	Formulování situací matematicky
Řešení matematických problémů	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků

Všechny úlohy dále reprezentují jednu ze čtyř kategorií **matematického obsahu** a jeden ze čtyř **kontextů** reálného světa. Kategorie matematického obsahu zahrnují nezbytné znalosti, jimiž žáci musí disponovat, aby byli schopni řešit problémy každodenního života. Byly navrženy tak, aby postihly širokou škálu matematických jevů, obecnou strukturu

oblastí matematiky a hlavní témata školního kurikula. Kontexty jsou v šetření PISA chápány jako určité aspekty našeho světa, v němž se vyskytují dané problémy. Zasažení testové úlohy do konkrétního kontextu vtahuje žáka do vybrané reálné situace, v níž následně uplatňuje vhodné matematické strategie a reprezentace při řešení řady úkolů.

Komplexní uspořádání pojetí matematické gramotnosti v šetření PISA 2022 uvádí schéma vpravo. Pro každou uvolněnou úlohu v této publikaci uvádíme, který matematický proces, obsahový okruh a kontext reprezentuje.



1.2 Jak pracovat s uvolněnými úlohami

- Specifickou vlastností testu PISA je seskupování jednotlivých otázek do větších celků, tzv. **úloh**, které spojuje vybrané společné téma reprezentované společným úvodním zadáním (tzv. **stimulem**).
- Protože se test PISA neomezuje pouze na **otázky s výběrem odpovědi** (které mohou být vyhodnocovány automaticky počítačem), je možné v této publikaci nalézt celou řadu otázek, v nichž žáci musí **sami formulovat svou odpověď**. Takové otázky jsou vždy doplněny o podrobné pokyny pro jejich správné vyhodnocení.
- Úlohy z hlavního a pilotního šetření jsou k dispozici na [webových stránkách OECD](#). U každé takové úlohy je vždy uveden odkaz, na němž lze zobrazit danou úlohu v českém jazyce. Doporučujeme využít tento odkaz především v případě **interaktivních úloh**, v nichž žáci musí k zodpovězení otázky nastavovat různé hodnoty a simulace. V online verzi úlohy mají žáci možnost využít ovládací prvky nezbytné pro řešení dané úlohy.
- **Obtížnost úlohy**, resp. jednotlivých otázek v rámci úlohy, je vyjádřena prostřednictvím příslušné **dovednostní úrovně**, do níž otázka spadá. Konceptní rámec PISA definuje celkem šest dovednostních úrovní, přičemž s každou úrovní se pojí určitý detailně definovaný soubor znalostí a dovedností, a to od těch nejelementárnějších (první, nejnižší úroveň) až po nejkomplexnější (šestá, nejvyšší úroveň). Druhá dovednostní úroveň, která je považována za **základní**, zahrnuje soubor takových znalostí a dovedností, které jsou nezbytné pro plnohodnotné zapojení jedince do společnosti 21. století. Popis jednotlivých dovednostních úrovní uvádí [PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně – matematická gramotnost](#).
- Spolu s touto publikací zveřejňujeme rovněž **soubor všech uvolněných úloh** bez doplňujících informací a komentářů, který lze vytisknout a využít pro **přímé zadání žákům ve výuce**.

2

Uvolněné úlohy z hlavního šetření PISA 2022

2 UVOLNĚNÉ ÚLOHY Z HLAVNÍHO ŠETŘENÍ PISA 2022

Z hlavního šetření PISA, které se uskutečnilo na jaře 2022, byly uvolněny celkem čtyři testové úlohy. Pro každou úlohu uvádíme průměrné rozložení odpovědí českých žáků, jejich průměrnou úspěšnost a pro kontext také průměrnou úspěšnost žáků ze země OECD. Doplňme, že průměrné výsledky českých žáků byly získány na reprezentativním vzorku přibližně 8 500 žáků ze 430 základních škol, víceletých gymnázií a středních škol.

2.1 Úloha 1 | Sluneční soustava

[Online verze úlohy](#)



Otázka 1

Sluneční soustava
Otázka 1 / 2

Prostuduj si úlohu „Sluneční soustava“ na pravé straně. Odpověz na otázku přetažením obrázků do příslušných políček.

Tento model znázorňuje průměrné vzdálenosti mezi třemi planetami. (Planety a model nejsou zakresleny v měřítku.)

Které planety patří podle uvedených vzdáleností do modelu? Přetáhni tři správné planety do odpovídajícího pořadí. Chceš-li odpověď změnit, nejdříve odeber původně vybranou planetu.

Merkur

Venuše

Země

Mars

Jupiter

Saturn

Uran

Neptun

SLUNEČNÍ SOUSTAVA

Tabulka uvádí průměrnou vzdálenost primárních planet od Slunce v astronomických jednotkách (au).

1 au je přibližně 150 milionů kilometrů.

Planeta	Průměrná vzdálenost od Slunce v au
Merkur	0,39
Venuše	0,72
Země	1,00
Mars	1,52
Jupiter	5,20
Saturn	9,58
Uran	19,20
Neptun	30,05

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Vědecký
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Všechny tři planety umístěny správně, v pořadí Jupiter, Saturn, Uran.

Částečná odpověď

Kód 1: Dvě planety umístěny správně, třetí chybí nebo je nesprávná.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Zahrnuje všechny nesprávné odpovědi (včetně správného umístění pouze jedné planety).

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	49,0	49,0	49,0
Průměr zemí OECD	46,5	43,8	49,0

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	49,0	3,4	39,5	8,1

Komentář

V první otázce úlohy Sluneční soustava měli žáci určit tři planety, jejichž vzájemné vzdálenosti odpovídají hodnotám uvedeným v modelu, a přetažením je umístit do modelu na správné pozice. Při stanovení vzdáleností mezi planetami využívají žáci tabulku vpravo, která uvádí vzdálenost jednotlivých planet od Slunce. Jednalo se o středně obtížnou úlohu. Pro správný výběr planet potřebují žáci znát rozdíly mezi nimi, není však potřeba počítat rozdíly mezi všemi dvojicemi. Při pohledu do tabulky je patrné, že první čtyři planety mají malou vzdálenost od Slunce a jejich vzájemné vzdálenosti jsou také malé. První vzdálenější planetou je až pátý Jupiter a žádná z předchozích planet od něj není vzdálena 4,38 au. Naopak jde o vzdálenost mezi Jupiterem a následujícím Saturnem, od kterého je o druhou uvedenou hodnotu vzdálen hned následující Uran.

Čeští žáci prokázali vyšší úspěšnost, než činil průměr zemí OECD. Dívky i chlapci byli v řešení této otázky stejně úspěšní, téměř polovina jich umístila všechny tři planety správně. Přibližně 4 % žáků uvedla chybně první tři planety z tabulky (Merkur, Venuše, Země) podle jejich vzdálenosti od Slunce a asi 2,5 % žáků umístila na první pozici Venuši a na druhou Jupiter, tyto žáci mohli udělat chybu ve výpočtu – vzdálenost planet je 4,48 au.

Otázka 2

PISA

Sluneční soustava
Otázka 2 / 2

Prostuduj si úlohu „Sluneční soustava“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Jaká je přibližně průměrná vzdálenost planety Neptun od Slunce?

☐ 5 milionů km
☐ 30 milionů km
☐ 180 milionů km
☐ 4 500 milionů km

SLUNEČNÍ SOUSTAVA

Tabulka uvádí průměrnou vzdálenost primárních planet od Slunce v astronomických jednotkách (au).
1 au je přibližně 150 milionů kilometrů.

Planeta	Průměrná vzdálenost od Slunce v au
Merkur	0,39
Venuše	0,72
Země	1,00
Mars	1,52
Jupiter	5,20
Saturn	9,58
Uran	19,20
Neptun	30,05

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Vědecký
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Úroveň 2

 Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: D (4 500 milionů km)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

 Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	75,1	75,2	75,0
Průměr zemí OECD	68,4	65,0	71,7

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	2,1	11,9	9,2	75,1	1,7

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Vědecký
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Úroveň 1

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (37,5 %)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	75,6	75,7	75,4
Průměr zemí OECD	68,7	68,8	68,6

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	75,6	6,5	14,6	2,6	0,7

Komentář

V první otázce měli žáci vyjádřit v procentech podíl modrých trojúhelníků v prvních čtyřech řadách vzoru; konkrétně vypočítat, kolik procent je 6 ze 16. Úlohu bylo možné řešit také úvahou. Z obrázku je patrné, že počet modrých trojúhelníků je menší než počet červených trojúhelníků, takže jejich podíl je nižší než 50 %, tomu vyhovuje jediná hodnota 37,5 % ze čtyř uvedených. Jedná se o lehkou úlohu, jejímž cílem bylo přimět žáky k přemýšlení o daném vzoru a použít jednoduchý algoritmus či úvahu. Odpověď žáci vybírali ze čtyř nabídnutých možností.

Správnou odpověď vybralo přibližně 75 % českých žáků (dívek i chlapců), což je významně více než průměr členských zemí OECD. Téměř 15 % českých žáků označilo chybnou odpověď 60 %. Tito žáci zřejmě použili nesprávný postup $6 : 10 = 0,6$ a neprokázali tak porozumění danému vzoru a počítání počtu procent. Za základ 100 % použili počet červených trojúhelníků místo celkového počtu trojúhelníků ve vzoru na obrázku.

Otázka 2

PISA

Trojúhelníkový vzor
Otázka 2 / 3

Prostuduj si úlohu „Trojúhelníkový vzor“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Pokud Alex rozšíří vzor o pátou řadu, kolik procent by ve všech pěti řadách vzoru tvořily modré trojúhelníky?

☐ 40,0 %
☐ 50,0 %
☐ 60,0 %
☐ 66,7 %

TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR

Alex nakreslil tento vzor z červených a modrých trojúhelníků. První čtyři řady vzoru jsou na obrázku níže.

1. řada
2. řada
3. řada
4. řada

Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Vědecký
Postup	Formulování situací matematicky
Obtížnost	Úroveň 2

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (40 %)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	66,2	65,3	67,2
Průměr zemí OECD	60,4	59,0	61,8

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	66,2	10,8	10,4	11,6	1,0

Komentář

Také ve druhé otázce mají žáci za úkol vypočítat počet procent modrých trojúhelníků, ale tentokrát z rozšířeného vzoru o jednu řadu. Pátá řada bude obsahovat 4 modré a 5 červených trojúhelníků, proto bude nový vzor obsahovat celkem 25 trojúhelníků. Další postup je již stejný jako v předešlé otázce, rovněž zde lze použít úvahu o tom, že počet modrých trojúhelníků je menší než jedna polovina, a zvolit 40 % jako jedinou hodnotu nižší než 50 %. Jedná se o lehčí úlohu ze základní dovednostní úrovně 2, jejímž záměrem bylo přimět žáky zamyslet se nad rozšiřováním vzoru a následně použít jednoduchý algoritmus, obdobně jako v předešlé otázce.

Přibližně dvě třetiny českých žáků zvolily správnou možnost A, což představuje asi o devět procentních bodů nižší úspěšnost než v první otázce. Z toho lze usuzovat, že někteří žáci měli potíže s rozšířením vzoru o jeden řádek, respektive se správným určením počtu trojúhelníků. Vyrovnaný výskyt všech tří nesprávných odpovědí pravděpodobně znamená, že je žáci volili náhodně. Možnost 60 % představuje podíl červených trojúhelníků v rozšířeném vzoru a možnost 66,7 % případy, kdy je v procentech vyjádřen poměr modrých trojúhelníků ku červeným (základ 100 % tvoří červené trojúhelníky).

Otázka 3

PISA

Trojúhelníkový vzor
Otázka 3 / 3

Prostuduj si úlohu „Trojúhelníkový vzor“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a svoji odpověď vysvětli.

Alex chce do svého vzoru přidat další řady.

Tvrdí, že modrých trojúhelníků bude ve vzoru vždy méně než 50 %.

Má Alex pravdu?

☐ Ano

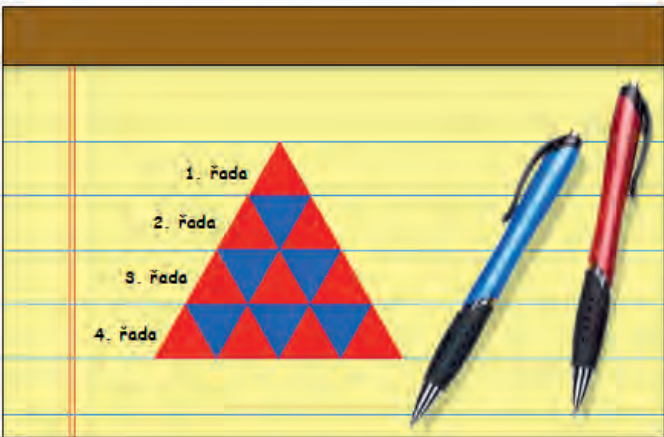
☐ Ne

Svou odpověď vysvětli.

TROJÚHELNÍKOVÝ VZOR

Alex nakreslil tento vzor z červených a modrých trojúhelníků.

První čtyři řady vzoru jsou na obrázku níže.



Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Vědecký
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 4)

 Vyhodnocení otázky
ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2

Vybere Ano a přijatelně vysvětlí, proč vždy bude více červených (nebo méně modrých) trojúhelníků. [Přijatelné vysvětlení musí obsahovat „v každé řadě“ (nebo použít podobné vyjádření v daném konceptu).]

Například:

- Má pravdu, protože při porovnání počtu modrých a červených trojúhelníků v každém řádku je vždy o jeden červený trojúhelník víc. [Zde je nepřímo zahrnuta volba „Ano“.]
- [Ano] V každé řadě bude vždy o jeden modrý trojúhelník méně.
- [Ano] V každé řadě je o jeden červený trojúhelník víc než modrých. [Kredit přidělen, přestože v odpovědi není uvedeno „vždy“. To je již uvedeno v otázce.]
- [Ano] Protože jsou červené trojúhelníky na krajích každé řady a uvnitř se červené a modré trojúhelníky střídají. [Přijatelné vysvětlení, které prokazuje, že je v každé řadě více červených než modrých.]

ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Vybere Ano a vysvětlení je částečně správné, ale neúplné.

Například:

- [Ano] Protože první řádek obsahuje pouze červený trojúhelník.
- [Ano] V první řadě nejsou žádné modré trojúhelníky.
- [Ano] Je o jeden červený trojúhelník víc než modrých trojúhelníků. [Odpověď neuvádí „v každé řadě“. Porovnejte s kódem 2, odrážka 3.]
- [Ano] Protože červené trojúhelníky jsou na krajích každé řady a modré trojúhelníky zůstávají uvnitř. [Vysvětlení je neúplné, protože nebere v úvahu červené trojúhelníky uvnitř. Porovnejte s kódem 2, odrážka 4.]

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9

Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ano, ale s nesprávným vysvětlením nebo bez vysvětlení, NEBO s výběrem Ne s vysvětlením nebo bez vysvětlení.

- [Ano] červené = 62,5 % a modré = 37,5 %. [Počet procent trojúhelníků každé barvy v prvních čtyřech řadách.]
- [Ano] Vždy bude modrých trojúhelníků méně než červených. [Pravdivé tvrzení, ale chybí zdůvodnění, proč je to pravda, a jde pouze o obecné vyjádření toho, co znamená méně než 50 %.]
- [Ano].

Kód 9: Nezodpovězeno.

 Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	19,2	16,5	22,1
Průměr zemí OECD	20,4	16,6	18,7

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	19,2	20,2	58,5	2,1

Komentář

Poslední otázka úlohy vyžaduje od žáků určité zobecnění, mají rozhodnout o pravdivosti tvrzení, že s přidáváním dalších řádků do vzoru bude podíl modrých trojúhelníků vždy menší než 50 %. Žáci mají vybrat buď „Ano“, nebo „Ne“, a musí napsat své vysvětlení, proč daný výběr udělali. Úplná odpověď za plný počet bodů obsahuje výběr „Ano“ s vysvětlením, že v každé řadě vzoru je více červených trojúhelníků než modrých trojúhelníků. Částečná odpověď za jeden bod musí obsahovat výběr „Ano“ a částečně správné vysvětlení, které je neúplné. Obvykle se vztahuje k první řadě, v níž je pouze červený trojúhelník. Otázka od žáků vyžaduje, aby analyzovali vzor a rozpoznali vztah mezi počtem červených a modrých trojúhelníků. Jedná se o obtížnou úlohu, částečná odpověď spadá do kategorie středně obtížných úloh.

Průměrná úspěšnost českých žáků byla nepatrně nižší v porovnání s průměrem zemí OECD, přičemž české dívky byly přibližně o šest procentních bodů méně úspěšné než chlapci. Více než polovina českých žáků nedokázala otázku zodpovědět ani částečně za jeden bod. Přitom 31 % žáků provedlo správný výběr „Ano“, ale 16 % jich neuvedlo žádné vysvětlení a 15 % uvedlo nesprávné vysvětlení (včetně vysvětlení typu nevím).

2.3 Úloha 3 | Body

[Online verze úlohy](#)



Otázka 1

PISA

Body

Otázka 1 / 1

Prostuduj si úlohu „Body“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a svoji odpověď vysvětli.

Je možné, že družstvo (ve skutečnosti) nikdy nevyhrálo zápas o 19 bodů, vycházíme-li z průměrného bodového rozdílu při výhře v této sezóně?

☐ Ano
 ☐ Ne

Svou odpověď vysvětli.

BODY

Zedlandské basketbalové družstvo se dostalo na první stránky místního deníku.

ZEDLANDSKÝ ZPRAVODAJ

Basketbalové družstvo vyhrálo ligu!

- Vyhrálo každý zápas sezóny
- Průměrný bodový rozdíl při výhře za celou sezónu - 19 bodů



Bodový rozdíl při výhře je rozdíl mezi počtem bodů nastřílených vítězným družstvem a počtem bodů nastřílených poraženým družstvem během zápasu.

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Společenský
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 6 (částečná odpověď – úroveň 5)

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2
Vybere Ano a vysvětlení uvádí nebo ukazuje, že průměr nemusí být prvkem souboru dat.
Například: • Je to možné, protože průměr nemusí ve skutečnosti být jednou z hodnot v souboru dat. [<i>Zde je nepřímá zahrnutá volba „Ano“.</i>] • [Ano] Když bodové rozdíly při výhře dávají průměr 19, nemusí v jednom z nich být nutně bodový rozdíl při výhře 19 bodů. [<i>Úplná odpověď za „... nemusí v jednom z nich být nutně bodový rozdíl při výhře 19 bodů“.</i>] • [Ano] Pokud by byl jeden bodový rozdíl 16 bodů a druhý 22 bodů, průměrný rozdíl by byl 19 bodů, ale samotný rozdíl 19 nebyl jedním z bodových rozdílů. • [Ano] Průměr čísel 2, 4 a 9 je 5, ale číslo 5 není jedním z těchto čísel.
ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1
Vybere Ano a vysvětlení je částečně správné, ale neúplné.
Například: • [Ano] Jedná se o průměrný rozdíl, takže některé zápasy byly vyhrány o více než 19 bodů a některé zápasy byly vyhrány o méně než 19 bodů. [<i>Neúplné: explicitně neuvádí, že 19 nemusí být jedna z hodnot. Aby mohla být odpověď, jako je tato, považována za částečně správnou, musí v ní být explicitně uvedeno vítězství jak o více, tak o méně než 19 bodů.</i>]
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9
Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ano, ale s nesprávným vysvětlením nebo bez vysvětlení, NEBO s výběrem Ne s vysvětlením nebo bez vysvětlení.
• [Ne] Museli alespoň jednou vyhrát o 19 bodů. • [Ano]. • [Ano] Protože průměr znamená sečíst všechny průměrné bodové rozdíly při výhře za sezonu dohromady a potom vydělit počtem zápasů odehraných tu sezonu. [<i>Nepřijatelné vysvětlení, které pouze popisuje, jak vypočítat průměr.</i>] • [Ano] Protože je to jen průměr. [<i>Není uveden žádný důvod, proč průměr znamená, že je možné, aby žádné vítězství nebylo o 19 bodů.</i>] • [Ano] Je to průměrný rozdíl, takže některé zápasy družstvo vyhrálo o více než 19 bodů. [<i>Nepřijatelné, protože vítězství o méně než 19 bodů nebylo v odpovědi explicitně uvedeno.</i>]
Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	11,0	9,5	12,6
Průměr zemí OECD	10,5	8,5	12,4

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	11,0	6,3	78,4	4,3

Komentář

Úloha obsahuje pouze jednu otázku. Zadání vychází z novinového článku a uvádí také vysvětlení pojmu „bodový rozdíl při výhře“ pro případ, že by jej žáci neznali. Úloha po žácích vyžaduje vyhodnotit pomocí abstraktního uvažování situaci obsahující aritmetický průměr. Měli by si uvědomit, že množina dat nemusí obsahovat hodnotu rovnou jejich aritmetickému průměru. Při odpovědi vybírají buď „Ano“, nebo „Ne“, a mají svoji volbu vysvětlit. Úplná odpověď za plný počet bodů musí zahrnovat volbu „Ano“ a vysvětlení, že průměrný rozdíl 19 bodů nemusí být skutečným rozdílem počtu bodů v žádném zápasu, případně uvádí příklad množiny dat, která nezahrnuje jejich průměr. Částečná odpověď obsahuje volbu „Ano“ a částečně správné vysvětlení, které uvádí, že některé hodnoty musí být vyšší a některé nižší než průměr, přičemž nezmiňuje, že průměr nemusí být součástí souboru dat. Jedná se o velmi obtížnou úlohu, částečná odpověď spadá do kategorie obtížných úloh. K její obtížnosti přispívá abstraktní povaha, kdy žáci nemají k dispozici konkrétní číselné hodnoty, se kterými by mohli manipulovat.

Průměrná úspěšnost českých žáků přibližně odpovídá průměrné úspěšnosti členských zemí OECD. Chlapci byli jen o tři procentní body úspěšnější než dívky. Odpověď na otázku u více než tří čtvrtin českých žáků byla hodnocena jako nevyhovující. Do této skupiny patří také přibližně 43 % žáků, kteří sice vybrali správnou možnost „Ano“, ale zhruba polovina jich neuvedla žádné vysvětlení a druhá polovina uvedla nesprávné vysvětlení.

2.4 Úloha 4 | Zalesněné území

[Online verze úlohy](#)

Úloha je interaktivní, žáci mohou měnit některé parametry a pomocí zabudovaného tabulkového kalkulátoru obdržet příslušné výsledky. Zahrnuje celkem čtyři otázky.



Úvod

PISA

Zalesněné území
Úvod

Přečti si úvod. Pak klikni na šipku DALŠÍ.

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

V této úloze budeš muset ke svým odpovědím využívat tabulkový procesor. Otázky souvisejí s následující situací:

Les je ekosystém, v kterém se nachází různé stromy, rostliny a zvířata.

Rozloha zalesněného území dané země se může v čase měnit.

Na další obrazovce si vyzkoušíš používání tabulkového procesoru.

Úvodní obrazovka má informativní charakter, seznamuje žáky s kontextem úlohy, sděluje jim, že při řešení budou používat tabulkový procesor, a obsahuje ilustrační obrázek. Neuvádí žádné konkrétní údaje nezbytné pro samotné řešení.

Procvičování

PISA

Zalesněné území
Procvičení

Nyní si vyzkoušíš používání tabulkového procesoru, pak budeš pokračovat k otázkám.

S využitím tabulkového procesoru proved' tyto tři činnosti.

1. Seřaď sloupec.

- Klikni na symbol v sloupci B, C nebo D a daný sloupec seřaď ve vzestupném pořadí (od nižšího k vyššímu).
- Všimni si, že všechny sloupce se uspořádají podle toho, jakým způsobem se seřadí jeden libovolný sloupec.

2. Proveď výpočet

- Vyber sloupec z první rozbalovací nabídky, která se nachází pod tabulkovým procesorem.
- Poté vyber operaci z prostřední rozbalovací nabídky.
- Pak vyber sloupec z poslední rozbalovací nabídky.
- Klikni na „Spustit“.
- Výsledky se zobrazí v prvním dostupném prázdném sloupci.

3. Zobraz průměr sloupce.

- Vyber sloupec z rozbalovací nabídky vedle nápisu „Průměr“, který se nachází pod tabulkovým procesorem.
- Klikni na „Spustit“.
- Výsledek se zobrazí v buňce pod daným sloupcem.

Pro pokračování klikni na

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

Tabulkový procesor uvádí v tomto souboru dat, kolik procent celkové rozlohy půdy zabírá v každé z 15 zemí zalesněné území. Data jsou uvedena pro roky 2005, 2010 a 2015.

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D	Sloupec E	Sloupec F	Sloupec G
Země	2005	2010	2015	X	X	X
Alžírsko	0,64	0,81	0,82			
Arménie	11,77	11,74	11,77			
Indie	22,77	23,47	23,77			
Jižní Korea	64,42	64,08	63,69			
Kazachstán	1,24	1,23	1,23			
Kolumbie	54,28	52,85	52,73			
Libanon	13,34	13,38	13,42			
Německo	32,86	32,73	32,76			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portugalsko	36,52	35,89	35,25			
Řecko	29,11	30,28	31,45			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Spojené státy americké	33,26	33,7	33,85			
Thajsko	31,51	31,81	32,1			

Vypočítat

Sloupec ▼

Operace ▼

Sloupec ▼

Spustit

Průměr

Sloupec ▼

Spustit

Vymazat vše

Po úvodní obrazovce se žáci dostanou na procvičovací obrazovku, kde se seznámí s funkcemi tabulkového procesoru umístěného v její pravé části. Na základě pokynů uvedených v levé části obrazovky si postupně procvičí řazení libovolného sloupce, provádění čtyř základních početních operací s daty ve dvou libovolných sloupcích a výpočet aritmetického průměru z hodnot v libovolném sloupci. Pokyny se žákům zobrazují postupně vždy po splnění předešlého kroku či po uplynutí určité doby při žákově nečinnosti. Na další obrazovku je možné přejít až po provedení všech tří kroků. Data používaná při procvičování jsou totožná s daty pro tuto úlohu.

Po procvičovací obrazovce přejdou žáci na obrazovku s návodem, kde se dozvědí, že pokyny k používání tabulkového procesoru mají k dispozici v každé otázce a že si je mohou kdykoli zobrazit kliknutím na text „Jak používat tabulkový procesor“. Tuto obrazovku zde neuvádíme.

Otázka 1

PISA

Zalesněné území
Otázka 1 / 4

▶ Jak používat tabulkový procesor

Prostuduj si úlohu „Zalesněné území“ na pravé straně.
S využitím tabulkového procesoru odpověz na otázku.
Odpověď na každou otázku vyber z rozbalovacích nabídek.

V tabulce odpověz na každou otázku výběrem země
z odpovídající rozbalovací nabídky.

Otázka	Země
Která země zaznamenala mezi roky 2005 a 2015 nejvyšší nárůst v procentních bodech?	Vyber ▼
Která země nezaznamenala žádnou celkovou změnu mezi roky 2005 a 2015?	Vyber ▼
Která země zaznamenala mezi roky 2005 a 2015 nejvyšší pokles v procentních bodech?	Vyber ▼

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

Tabulkový procesor uvádí v tomto souboru dat, kolik procent celkové rozlohy půdy zabírá v každé z 15 zemí zalesněné území. Data jsou uvedena pro roky 2005, 2010 a 2015.

Sloupec A ▼	Sloupec B ▼	Sloupec C ▼	Sloupec D ▼	Sloupec E ▼	Sloupec F ▼	Sloupec G ▼
Země	2005	2010	2015	↺ X	↻ X	↻ X
Alžírsko	0,64	0,81	0,82			
Arménie	11,77	11,74	11,77			
Indie	22,77	23,47	23,77			
Jižní Korea	64,42	64,08	63,69			
Kazachstán	1,24	1,23	1,23			
Kolumbie	54,26	52,85	52,73			
Libanon	13,34	13,38	13,42			
Německo	32,66	32,73	32,76			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portugalsko	36,52	35,89	35,25			
Řecko	29,11	30,28	31,45			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Spojené státy americké	33,26	33,7	33,85			
Thajsko	31,51	31,81	32,1			

Vypočítat

Sloupec ▼

Operace ▼

Sloupec ▼

Spustit

Průměr

Sloupec ▼

Spustit

Vymazat vše

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Společenský
Postup	Formulování situací matematicky
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 4)

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Všechny tři země určeny správně, a to v pořadí Řecko, Arménie, Panama.

Částečná odpověď

Kód 1: Správně určeny libovolné dvě země (třetí nesprávně nebo neuvedena).

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Správně určena nejvýše jedna země.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	23,5	21,8	25,0
Průměr zemí OECD	24,3	22,9	25,4

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	23,5	14,9	48,6	13,0

Komentář

Tabulkový procesor pro 15 zemí uvádí podíl zalesněného území z celkové rozlohy půdy v letech 2005, 2010 a 2015. V první otázce mají žáci za úkol určit zemi s největším navýšením zalesněného území od roku 2005 do roku 2015, zemi bez změny zalesněného území a zemi s největším poklesem podílu zalesněného území. Žáci mají k dispozici tabulkový procesor, měli by si ujasnit, jaké výpočty provedou a jak přitom procesor využijí. Následně výsledky interpretují v daném kontextu. V tomto případě mohou žáci postupovat tak, že od hodnot ve sloupci D odečtou hodnoty ve sloupci B a pro snazší identifikaci zemí si následně výsledky zobrazené ve sloupci E uspořádají podle velikosti. Správné určení všech tří zemí spadá do kategorie obtížných úloh, určení dvou zemí správně (částečná odpověď) pak mezi středně obtížné úlohy.

Průměrná úspěšnost českých žáků přibližně odpovídá průměru zemí OECD, téměř jedna čtvrtina jich správně zvolila všechny tři země, dalších přibližně 15 % žáků určilo správně dvě ze tří zemí, což je částečné řešení. Sice 41 % žáků určilo správně Řecko (nejvyšší nárůst), 57 % Arménii (žádná změna) a 29 % Panamu (nejvyšší pokles), ale v kombinaci určení všech tří, případně dvou zemí je jejich podíl výrazně nižší. Téměř polovina českých žáků vykazala nevyhovující řešení a 13 % jich otázku nezodpovědělo. Za zemi s nejvyšším nárůstem v procentních bodech označilo chybně Jižní Koreu 16 % českých žáků, zřejmě neporozuměli otázce a vybrali zemi s největším podílem zalesněného území. Přibližně 20 % žáků označilo chybně za zemi s nejvyšším poklesem Senegal, který má druhý nejnížší pokles. Lze předpokládat, že si tito žáci neuspořádali seznam zemí podle velikosti změny a při výběru přehlédli nižší hodnotu u Panamy. Přibližně 6 % žáků uvedlo země v opačném pořadí, zřejmě odečetli hodnoty ve sloupci D od hodnot ve sloupci B a získali rozdíly s opačnými znaménky.

Otázka 2

PISA

Zalesněné území
Otázka 2 / 4

Jak používat tabulkový procesor

Prostuduj si úlohu „Zalesněné území“ na pravé straně. S využitím tabulkového procesoru odpověz na otázku. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Ber v úvahu dvě časová období: 2005 až 2010 a 2010 až 2015.

Které z následujících tvrzení správně popisuje průměrnou změnu plochy zalesněného území v procentech v obou časových obdobích?

- ☐ Průměrná změna byla kladná v obou časových obdobích.
- ☐ Průměrná změna byla záporná v obou časových obdobích.
- ☐ Průměrná změna byla stejná v obou časových obdobích.
- ☐ Průměrná změna byla kladná v jednom časovém období a záporná ve druhém časovém období.

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

Tabulkový procesor uvádí v tomto souboru dat, kolik procent celkové rozlohy půdy zabírá v každé z 15 zemí zalesněné území. Data jsou uvedena pro roky 2005, 2010 a 2015.

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D	Sloupec E	Sloupec F	Sloupec G
Země	2005	2010	2015	↺ X	↺ X	↺ X
Alžírsko	0,64	0,81	0,82			
Arménie	11,77	11,74	11,77			
Indie	22,77	23,47	23,77			
Jižní Korea	64,42	64,08	63,69			
Kazachstán	1,24	1,23	1,23			
Kolumbie	54,26	52,85	52,73			
Libanon	13,34	13,38	13,42			
Německo	32,66	32,73	32,76			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portugalsko	36,52	35,89	35,25			
Řecko	29,11	30,28	31,45			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Spojené státy americké	33,26	33,7	33,85			
Thajsko	31,51	31,81	32,1			

Vypočítat

Sloupec Operace Sloupec Spustit

Průměr Sloupec Spustit Vymazat vše

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Společenský
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 5

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B (32,2)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	32,2	26,1	37,7
Průměr zemí OECD	33,6	30,2	36,7

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	21,0	32,2	12,8	19,9	14,1

Komentář

Ve druhé otázce mají žáci rozhodnout, jaká byla průměrná změna zalesněného území ve dvou časových obdobích 2005 až 2010 a 2010 až 2015. Jako odpověď vybírali jedno ze čtyř nabídnutých tvrzení. Žáci mohli postupovat stejně jako v první otázce – odečíst sloupec B od sloupce C a sloupec C od sloupce D. Následně vypočítat průměr sloupců E a F, kde se výsledky zobrazily. Druhý možný postup spočívá ve výpočtu průměrů sloupců B, C a D a porovnání získaných hodnot. V prvním případě obdrží dvě záporné hodnoty a ve druhém tři klesající hodnoty, což vede ke správné volbě B „Průměrná změna byla záporná v obou obdobích.“. Jedná se o obtížnou úlohu v dovednostní úrovni 5.

Správné tvrzení vybrala v průměru přibližně jedna třetina žáků členských zemí OECD a zhruba stejný podíl českých žáků. Čeští chlapci byli výrazně úspěšnější než dívky – přibližně o jedenáct procentních bodů. Přibližně jedna pětina českých žáků vybrala nesprávné tvrzení A, respektive nesprávné tvrzení D. V případě možnosti A mohli žáci, kteří zvolili delší postup, zaměnit menšence s menšítelem a dostali pak kladný průměrný rozdíl.

Otázka 3

PISA

Zalesněné území

Otázka 3 / 4

Jak používat tabulkový procesor

Prostuduj si úlohu „Zalesněné území“ na pravé straně. S využitím tabulkového procesoru odpověz na otázku. Odpověz na otázku výběrem z rozbalovacích nabídek.

Ber v úvahu dvě časová období: 2005 až 2010 a 2010 až 2015.

Které dvě země zaznamenaly (v procentních bodech) největší změnu v podílu zalesněné půdy mezi jedním a druhým časovým obdobím?

Odpovědi: Vyber a

Vyber

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

Tabulkový procesor uvádí v tomto souboru dat, kolik procent celkové rozlohy půdy zabírá v každé z 15 zemí zalesněné území. Data jsou uvedena pro roky 2005, 2010 a 2015.

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D	Sloupec E	Sloupec F	Sloupec G
Země	2005	2010	2015			
Alžírsko	0,64	0,81	0,82			
Arménie	11,77	11,74	11,77			
Indie	22,77	23,47	23,77			
Jižní Korea	64,42	64,08	63,69			
Kazachstán	1,24	1,23	1,23			
Kolumbie	54,26	52,85	52,73			
Libanon	13,34	13,38	13,42			
Německo	32,66	32,73	32,76			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portugalsko	36,52	35,89	35,25			
Řecko	29,11	30,28	31,45			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Spojené státy americké	33,26	33,7	33,85			
Thajsko	31,51	31,81	32,1			

Vypočítat

Sloupec

Operace

Sloupec

Spustit

Průměr

Sloupec

Spustit

Vymazat vše

Tematický okruh

Neurčitost a data

Kontext

Společenský

Postup

Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků

Obtížnost

Úroveň 6 (částečná odpověď – úroveň 5)

28 | PISA 2022: Inspirace pro rozvoj matematické gramotnosti a finanční gramotnosti

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Obě země určeny správně – Indie a Kolumbie (na pořadí nezáleží).

Částečná odpověď

Kód 1: Správně určena jedna země (druhá nesprávně nebo neuvedena).

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Žádná země neurčena správně.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	10,1	9,4	10,7
Průměr zemí OECD	7,4	7,3	7,5

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	10,1	32,5	41,3	16,1

Komentář

Také ve třetí otázce museli brát žáci do úvahy dvě časová období 2005 až 2010 a 2010 až 2015. Měli za úkol identifikovat dvě země, u kterých došlo mezi těmito obdobími k největší změně v podílu zalesněného území. Žáci mohli postupovat obdobně jako v otázce 2, od sloupce C odečíst sloupec B a od sloupce D odečíst sloupec C. Dále potřebují zjistit změnu v podílu zalesněného území mezi oběma obdobími, například odečtou sloupec E od sloupce F a rozdíl se zobrazí ve sloupci G. Pro snazší identifikaci zemí s největší změnou si je žáci mohou uspořádat vzestupně či sestupně podle hodnot ve sloupci G. Obtížnost úlohy se zvyšuje tím, že žáci nemají určit největší nárůst, respektive pokles zalesněného území, ale musí rozdíly uvažovat v absolutní hodnotě pro nalezení největší změny. Úplná odpověď odpovídá velmi obtížné úloze v nejvyšší dovednostní úrovni 6 a částečná odpověď obtížné úloze z úrovně 5.

Pouze 10 % českých žáků správně označilo obě země, což je o málo více v porovnání s průměrem zemí OECD. Další jedna třetina českých žáků dokázala správně identifikovat pouze jednu zemi ze dvou. Kolumbii zvolilo správně 32 % žáků a Indii 21 %. Naopak nejčastěji chybně uváděnými zeměmi byly Řecko ve 25 % případů, Panama 19 %, Senegal 14 % a Jižní Korea 13 %. Z rozboru odpovědí žáků lze usuzovat na to, že mnozí sice brali v úvahu obě požadovaná období, ale následně neporovnali změnu mezi nimi, nýbrž vybírali země s největšími změnami v rámci těchto období. Např. více než 5 % žáků zvolilo kombinaci Řecko a Kolumbie, což jsou země s největší změnou v prvním období, a přibližně stejný podíl žáků uvedl kombinaci Řecko a Panama, tedy země s největšími změnami ve druhém období.

Otázka 4

PISA

Zalesněné území
Otázka 4 / 4

Jak používat tabulkový procesor

Prostuduj si úlohu „Zalesněné území“ na pravé straně. S využitím tabulkového procesoru odpověz na otázku. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a pak napiš zdůvodnění své odpovědi.

Helena tvrdí, že v uvedených letech má Jižní Korea více zalesněné plochy než jakákoli jiná země na seznamu.

Odpovídá její tvrzení údajům z tabulkového procesoru?

☐ Ano
☐ Ne

Svou odpověď vysvětli.

ZALESNĚNÉ ÚZEMÍ

Tabulkový procesor uvádí v tomto souboru dat, kolik procent celkové rozlohy půdy zabírá v každé z 15 zemí zalesněné území. Data jsou uvedena pro roky 2005, 2010 a 2015.

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D	Sloupec E	Sloupec F	Sloupec G
Země	2005	2010	2015	↺ ✕	↺ ✕	↺ ✕
Alžírsko	0,64	0,81	0,82			
Arménie	11,77	11,74	11,77			
Indie	22,77	23,47	23,77			
Jižní Korea	64,42	64,08	63,69			
Kazachstán	1,24	1,23	1,23			
Kolumbie	54,26	52,85	52,73			
Libanon	13,34	13,38	13,42			
Německo	32,66	32,73	32,76			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portugalsko	36,52	35,89	35,25			
Řecko	29,11	30,28	31,45			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Spojené státy americké	33,26	33,7	33,85			
Thajsko	31,51	31,81	32,1			

Vypočítat

Sloupec ▼

Operace ▼

Sloupec ▼

Spustit

Průměr

Sloupec ▼

Spustit

Vymazat vše

Tematický okruh	Neurčitost a data
------------------------	-------------------

Kontext	Společenský
----------------	-------------

Postup	Uvažování
---------------	-----------

Obtížnost	Úroveň 6
------------------	----------

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Vybere Ne a vysvětlí, že tabulkový procesor zobrazuje pouze procentní podíl zalesněného území NEBO že tabulkový procesor nezobrazuje celkovou rozlohu půdy pro každou zemi NEBO že rozlohy zemí jsou odlišné.

Například:

- [Ne] To není pravda, protože tabulka zobrazuje hodnoty pouze jako procentní podíl.
- Její tvrzení nepodporují údaje v tabulce, protože neznáme celkovou rozlohu každé z uvedených zemí. [Zde je nepřímá zahrnutá volba „Ne“.]
- [Ne] Protože celková plocha každé země je jiná.
- [Ne] Žádná země nemá stejnou rozlohu.

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9

Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ne, ale s uvedením nesprávného vysvětlení nebo bez vysvětlení, NEBO při výběru Ano s vysvětlením nebo bez vysvětlení.

- [Ne].
- [Ne] Protože je to jiné.
- [Ano] Jižní Korea má nejvíc v každém roce.

Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	3,7	2,6	4,6
Průměr zemí OECD	7,0	5,1	8,7

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	3,7	81,3	15,0

Komentář

V poslední otázce mají žáci za úkol rozhodnout, zda je tvrzení, že Jižní Korea má v uvedených letech více zalesněné plochy než jakákoli jiná země ze seznamu, podloženo údaji z tabulky. Žáci vybírají z možností „Ano“/„Ne“ a svou volbu musí vysvětlit. Nemusí přitom provádět žádné úkony s hodnotami v tabulkovém procesoru. Jižní Korea má sice ve všech třech letech nejvyšší procentní podíl zalesněného území z celkové rozlohy půdy, ale protože úloha neuvádí žádné údaje o rozloze půdy v jednotlivých zemích, není uvedené tvrzení podloženo údaji z tabulkového procesoru. Správná volba je proto „Ne“. Žáci nerozhodují o pravdivosti tvrzení, ale musí jej posoudit s ohledem na možná omezení dostupných dat. Tato úvaha a následná formulace vysvětlení jsou pro žáky velmi obtížné.

Vysoké obtížnosti otázky odpovídá velmi nízká průměrná úspěšnost členských zemí OECD 7 %, přičemž úspěšnost českých žáků byla ještě nižší – přibližně poloviční. Více než čtyři pětiny žáků pak uvedly odpověď, která byla hodnocena jako nevyhovující. Přibližně 8 % žáků vybralo správně možnost „Ne“, ale neuvedlo žádné vysvětlení, dalších zhruba 5 % jich správnou volbu vysvětlilo chybně či nedostatečně. Více než dvě třetiny českých žáků však nesprávně označily možnost „Ano“, 21 % jich neuvedlo žádné vysvětlení a zbylých asi 47 % žáků se chybnou odpověď snažilo vysvětlit, přičemž kolem 30 % uvádělo vysvětlení ve smyslu „má nejvyšší hodnoty v tabulce“, „je tam nejvíce procent zalesnění“ apod.

3

Uvolněné úlohy z pilotního šetření PISA 2022

3 UVOLNĚNÉ ÚLOHY Z PILOTNÍHO ŠETŘENÍ PISA 2022

V této sekci představujeme soubor úloh, které byly vyvinuty pro účely testování a byly zařazeny do pilotního ověřování v roce 2021. Přestože nebyly zařazeny do hlavního sběru dat o rok později, jedná se o úlohy, které splňují přísné kvalitativní parametry stanovené mezinárodním konsorciem a reprezentují konstrukt matematické gramotnosti definovaný v koncepčním rámci šetření. Úlohy jsou doplněny o průměrné rozložení odpovědí téměř 530 českých žáků, kteří se zúčastnili pilotního ověřování (jedná se o nevážená data). Pro lepší představu o výkonu žáků ze základních škol a víceletých gymnázií jsou prezentovány výsledky těchto dvou skupin žáků odděleně. Žáci středních škol se pilotního ověřování v roce 2021 neúčastnili vzhledem k omezením výuky způsobeným pandemií covidu-19.

3.1 Úloha 1 | Nákup auta

[Online verze úlohy](#)

Úvod



PISA

Nákup auta
Úvod

Přečti si úvod. Pak klikni na šipku **DALŠÍ**.

NÁKUP AUTA

Táňa by si ráda koupila nové auto. Chce vědět, kolik bude auto stát a na kolik přijde jeho provoz v prvním roce.

Na internetu si našla kalkulačku odhadu nákladů a předpokládá, že:

- V letošním roce ujede asi 20 000 km.
- Průměrná cena paliva bude 1,54 zedů za litr.
- Odhadované náklady na údržbu budou v prvním roce 250 zedů.

KALKULAČKA ODHADU NÁKLADŮ

Cena auta (zedý)

Spotřeba paliva (l/100 km)

Odhad ujeté vzdálenosti (km)

Průměrná cena paliva (zedý/l)

Odhadované náklady na údržbu (zedý)

Vymazat **Vypočítat**

Úvodní obrazovka úlohy seznamuje žáky s problematikou a přináší některé základní informace. Internetová kalkulačka není v této fázi funkční a slouží pouze pro dokreslení kontextu a aby si žáci udělali představu o nástroji použitým pro stanovení nákladů na nákup a provoz auta v prvním roce. Údaje uvedené v odrážkách vlevo budou v následující otázce do kalkulačky automaticky doplněny.

Otázka 1

PISA

Nákup auta
Otázka 1 / 2

Jak používat kalkulačku odhadu nákladů

Prostuduj si úlohu „Nákup auta“ na pravé straně. S využitím kalkulačky odhadu nákladů odpověz na otázku. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Návod práce s kalkulačkou odhadu nákladů zobrazíš kliknutím na „Jak používat kalkulačku odhadu nákladů“ výše.

Které auto bude podle Tániných odhadů (nákup a roční provoz) **nejlevnější**?

☐ Auto A
☐ Auto B
☐ Auto C
☐ Auto D

NÁKUP AUTA

Ceny a spotřeba paliva čtyř aut, jejichž nákup Táša zvažuje, jsou uvedeny v tabulce.

Spotřeba paliva je počet litrů pohonných hmot potřebný k ujetí 100 kilometrů. Je to odhad na základě kombinace jízdy ve městě i po dálnici.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Cena auta (zedy) Cena auta zahrnuje všechny daně a registrační poplatky.	8 000	8 700	9 900	10 500
Spotřeba paliva (l/100 km)	18,9	15,7	12,4	14,1

Některá políčka v kalkulačce odhadu nákladů byla vyplněna na základě Tániných odhadů.

KALKULAČKA ODHADU NÁKLADŮ

Cena auta (zedy)

Spotřeba paliva (l/100 km)

Odhad ujeté vzdálenosti (km)

Průměrná cena paliva (zedy/l)

Odhadované náklady na údržbu (zedy)

Vymazat **Vypočítat**

VÝSLEDKY

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Osobní
Postup	Formulování situací matematicky
Obtížnost	Úroveň 2

 Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B (Auto B)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

 Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	8,1	51,4	29,7	2,7	8,1
Četnost (%) – VG	3,0	76,1	6,0	0,0	14,9

Komentář

Při řešení první otázky by žáci měli do kalkulačky odhadu nákladů postupně zadat cenu a spotřebu paliva pro všechna čtyři auta a porovnat získané výsledky. Po zakoupení a ročním provozu bude nejvýhodnější auto B (celkové náklady 13 785,6 zedu), přestože není nejlevnější a nemá ani nejnižší spotřebu paliva. Jedná se o jednodušší úkol ze základní dovednostní úrovně 2 odrážející reálnou situaci, ve které se člověk rozhoduje při plánování velkého nákupu a využívá informace dostupné on-line.

Více než polovina českých žáků ZŠ a více než tři čtvrtiny žáků VG zapojených do pilotního šetření správně označily auto B. Dalších přibližně 30 % žáků ZŠ a 6 % žáků VG nesprávně označilo možnost C, tedy auto druhé nejlevnější (celkové náklady 13 969,2 zedu) s nejnižší spotřebou paliva.

Otázka 2

PISA











Nákup auta
Otázka 2 / 2

Prostuduj si úlohu „Nákup auta“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Prodejní cena ojetého auta je odhadovaná cena, za kterou by se auto později dalo prodat.

U auta ve vynikajícím stavu se každý rok snižuje jeho prodejní cena o 5 %.

Jaká bude přibližná prodejní cena auta (v zedech), pokud se Táňa rozhodne koupit auto D a po třech letech ho ve vynikajícím stavu prodá?

☐ 1 575
☐ 8 925
☐ 9 000
☐ 9 975

NÁKUP AUTA

Ceny a spotřeba paliva čtyř aut, jejichž nákup Táňa zvažuje, jsou uvedeny v tabulce.

Spotřeba paliva je počet litrů pohonných hmot potřebný k ujetí 100 kilometrů. Je to odhad na základě kombinace jízdy ve městě i po dálnici.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Cena auta (zedy)				
Cena auta zahrnuje všechny daně a registrační poplatky.	8 000	8 700	9 900	10 500
Spotřeba paliva (l/100 km)	18,9	15,7	12,4	14,1

Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Úroveň 6

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: C (9 000)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

36 | PISA 2022: Inspirace pro rozvoj matematické gramotnosti a finanční gramotnosti

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	8,1	45,9	21,6	16,2	8,2
Četnost (%) – VG	0,0	52,2	29,9	6,0	11,9

Komentář

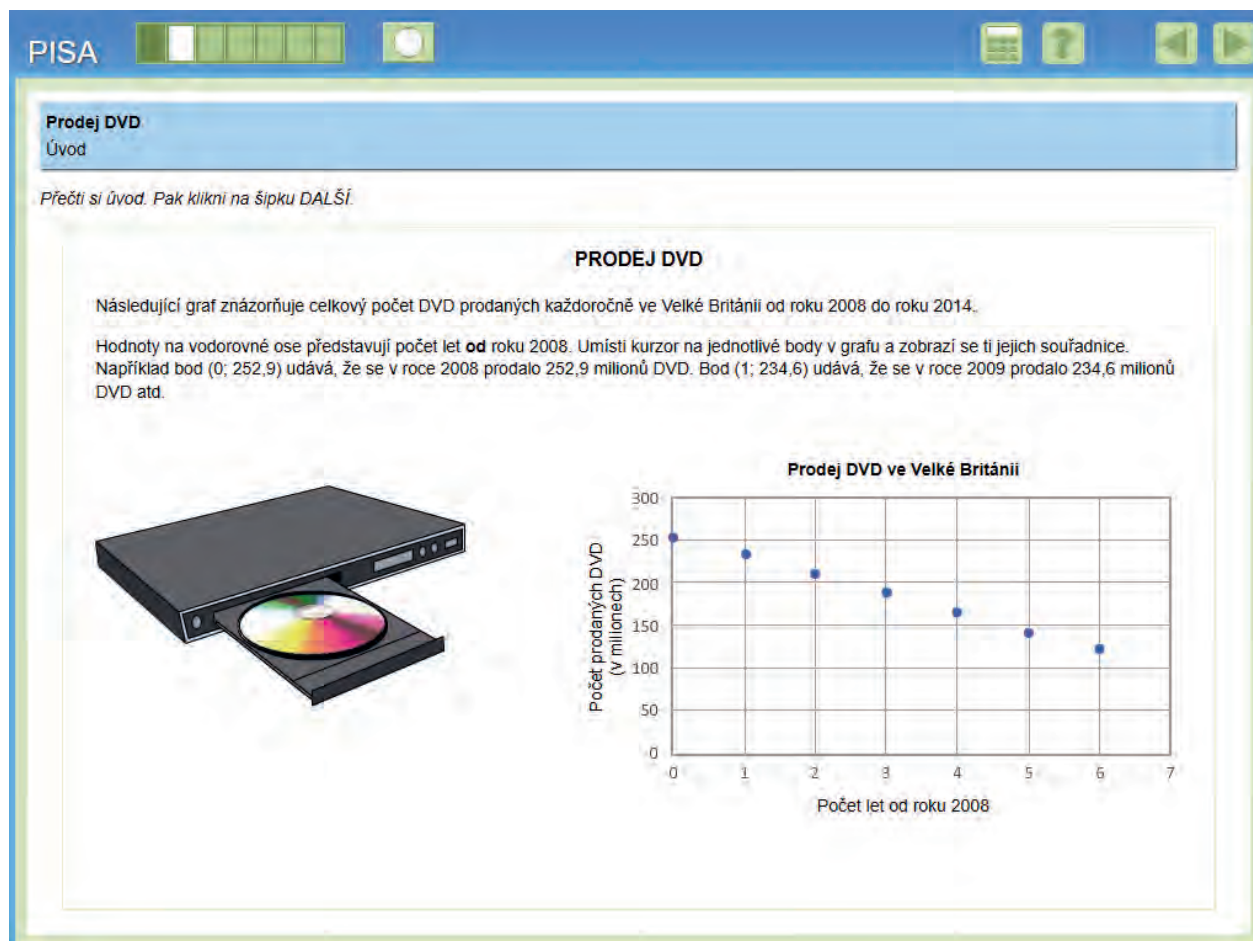
Ve druhé otázce měli žáci stanovit hodnotu ojetého auta po třech letech vlastnictví, když věděli, že jeho cena se každý rok snižuje o 5 %. Jedná se o nelineární situaci, tzv. exponenciální pokles. Žáci s touto znalostí by mohli v daném případě určit prodejní cenu auta po třech letech pomocí výrazu: $\text{cena} = 10\,500 \times (1 - 0,05)^3$ a na základě získané hodnoty 9 002,44 vybrat možnost C. Protože se jedná o středoškolské učivo, nelze předpokládat, že by takto čeští žáci úlohu řešili. K dispozici však měli dostatek informací a mohli použít např. iterativní postup: $10\,500 \times 0,95 = 9\,975$; $9\,975 \times 0,95 = 9\,476,25$; $9\,476,25 \times 0,95 = 9\,002,4375$. Rozhodující pro správné řešení je uvědomit si, že cena auta se mění každý rok, a proto je v každém výpočtu nová vstupní hodnota. Přestože jde stejně jako v první otázce o úlohu s výběrem odpovědi, je pro žáky mnohem obtížnější a náleží do nejvyšší dovednostní úrovně.

Správnou možnost C zvolilo přibližně 22 % českých žáků ZŠ a 30 % žáků VG, kterým byla v testu úloha předložena. Naopak necelá polovina žáků ZŠ a více než polovina žáků VG chybně označila možnost B (8 925 zedů), která představuje 85 % původní ceny auta D. Tito žáci si neuvědomili, že cena se mění každý rok, a prodejní cenu po třech letech stanovili jako jednorázové snížení původní ceny auta o trojnásobek ročního poklesu ($3 \times 5 \% = 15 \%$). Dalších 16 % žáků ZŠ a 6 % gymnazistů označilo chybně možnost D (9 975 zedů), která představuje prodejní cenu auta po jednom roce.

3.2 Úloha 2 | Prodej DVD

[Online verze úlohy](#)

Úvod



Úvodní obrazovka představuje zadání úkolu a poskytuje žákům informace, jak číst a interpretovat data zobrazená v grafu. Mají možnost si procvičit odečítání souřadnic jednotlivých bodů po najetí kurzorem na konkrétní bod, např. pro rok 2010 (druhý rok od roku 2008) se zobrazí souřadnice (2; 210,1).

Otázka 1

PISA

Prodej DVD
Otázka 1 / 3

Prostuduj si úlohu „Prodej DVD“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na možnosti v tabulce.

Jsou tvrzení v tabulce v souladu s údaji zobrazenými v grafu?
U každého tvrzení klikni na **Ano** nebo **Ne**.

Tvrzení	Ano	Ne
Počet DVD prodaných od roku 2008 do konce roku 2014 klesl asi o 50 %.	☐	☐
Počet DVD prodaných od roku 2008 do konce roku 2014 každý rok klesl o stejné množství.	☐	☐
Sklon přímky znázorňuje průměrný roční pokles počtu prodaných DVD od roku 2008 do roku 2014.	☐	☐

PRODEJ DVD

Následující graf znázorňuje celkový počet DVD prodaných každoročně ve Velké Británii od roku 2008 do roku 2014.

Hodnoty na vodorovné ose představují počet let **od** roku 2008. Umístí kurzor na jednotlivé body v grafu a zobrazí se ti jejich souřadnice. Například bod (0; 252,9) udává, že se v roce 2008 prodalo 252,9 milionů DVD. Bod (1; 234,6) udává, že se v roce 2009 prodalo 234,6 milionů DVD atd.

Do grafu byla přidána přímka, která tyto datové body modeluje.

Prodej DVD ve Velké Británii

Počet let od roku 2008	Počet prodaných DVD (v milionech)
0	252,9
1	234,6
2	216,3
3	198,0
4	179,7
5	161,4
6	143,1

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Společenský
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 4 (částečná odpověď – úroveň 1)

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Všechny tři možnosti vybrány správně, a to v pořadí „Ano“, „Ne“, „Ano“.

Částečná odpověď

Kód 1: Správně označeny možnosti pro libovolná dvě tvrzení.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Správně označena možnost pro nejvýše jedno tvrzení.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	38,9	36,1	22,2	2,8
Četnost (%) – VG	68,7	26,9	1,5	2,9

Komentář

V první otázce jsou žákům předložena tři tvrzení, u kterých mají rozhodnout, zda jsou v souladu s informacemi zobrazenými v grafu. První tvrzení je v souladu s daty v grafu a žáci to mohou ověřit výpočtem. Nejdříve po najetí kurzorem na oba krajní body proložené přímkou odečtou obě hodnoty a výpočtem zjistí, že počet prodaných DVD od roku 2008 poklesl do roku 2014 přibližně o 50,61 %, což zhruba odpovídá uvedenému 50% poklesu. Druhou možností je vypočítat poměr obou hodnot, např. podíl $124,9 : 252,9$ se rovná přibližně jedné polovině (0,494). Žáci by rovněž mohli učinit závěr odhadem z vizuálního odečtu z grafu bez provádění výpočtu. Druhé tvrzení není v souladu s daty v grafu a žáci to potřebují ověřit výpočtem jednotlivých ročních poklesů prodaných DVD, které se pohybují od 18,3 milionu (např. mezi roky 2008 a 2009) do 29,8 milionu (mezi roky 2011 a 2012). Třetí tvrzení je v souladu s daty v grafu, protože proložená přímka představuje lineární model vyjadřující konstantní průměrný pokles v daném časovém období. Vyřešení úkolu za plný počet bodů je pro žáky středně obtížné, avšak částečné řešení, kdy správně rozhodnou o dvou tvrzeních, je poměrně lehké.

První tvrzení správně posoudilo 69 %, druhé 61 % a třetí 81 % žáků ZŠ, v případě VG to v daném pořadí bylo 96 %, 81 % a 85 % žáků. V kombinaci všech tří tvrzení je samozřejmě celková úspěšnost žáků nižší, viz tabulka výše.

Otázka 2

PISA

Prodej DVD

Otázka 2 / 3

Prostuduj si úlohu „Prodej DVD“ na pravé straně. Svou odpověď na otázku napiš číslicemi.

Pro přímkou platí rovnice $d = 254 - 22n$, kde d je počet prodaných DVD (v milionech) a n je počet let od roku 2008.

Pokud vývoj prodeje bude pokračovat, v kterém roce klesne podle modelu počet prodaných DVD pod 1 milion?

Odpověď:

PRODEJ DVD

Následující graf znázorňuje celkový počet DVD prodaných každoročně ve Velké Británii od roku 2008 do roku 2014.

Hodnoty na vodorovné ose představují počet let od roku 2008. Umístí kurzor na jednotlivé body v grafu a zobrazí se ti jejich souřadnice. Například bod (0; 252,9) udává, že se v roce 2008 prodalo 252,9 milionů DVD. Bod (1; 234,6) udává, že se v roce 2009 prodalo 234,6 milionů DVD atd.

Do grafu byla přidána přímka, která tyto datové body modeluje.

Prodej DVD ve Velké Británii

Počet let od roku 2008 (n)	Počet prodaných DVD (v milionech) (d)
0	252,9
1	234,6
2	216,3
3	198,0
4	179,7
5	161,4
6	143,1

Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Společenský
Postup	Formulování situací matematicky
Obtížnost	Úroveň 6 (částečná odpověď – úroveň 5)

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: 2020

Částečná odpověď

Kód 1: 2019 nebo 11,5

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Všechny ostatní odpovědi.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	11,1	11,1	41,7	36,1
Četnost (%) – VG	31,9	24,2	34,8	9,1

Komentář

Ve druhé otázce měli žáci určit rok, ve kterém by počet prodaných DVD klesl pod 1 milion, pokud bude pokračovat trend znázorněný přímkou. Odpovídající bod leží mimo zobrazenou část grafu. Rovnice přímky je v otázce uvedena včetně významu proměnných. Po dosazení řeší žáci rovnici: $1 = 254 - 22n$, řešením je $n = 11,5$. Hodnotě 11 odpovídá konec roku 2019 (částečně správná odpověď), takže hranice 1 milionu by byla překročena v roce 2020. Žáci by také mohli postupovat tak, že si budou postupně vypisovat počet prodaných DVD v dalších letech a budou sledovat, kdy klesne pod hodnotu 1 milion. Od hodnoty posledního zobrazeného bodu 124,9 budou postupně odečítat 22 a zjistí, že v roce 2019 (jedenáctý rok po roce 2008) se prodá 14,9 milionu DVD, takže pod 1 milion klesne hodnota v roce následujícím. Daný problém spadá do kategorie velmi obtížných úloh.

Necelá třetina českých žáků z VG uvedla správný rok 2020 a další téměř čtvrtina jich zodpověděla otázku částečně správně (rok 2019). Úspěšnost žáků ZŠ byla výrazně nižší, správnou odpověď uvedlo asi 11 % žáků a stejný podíl jich uvedl částečně správnou odpověď, ale více než třetina žáků neuvedla žádnou odpověď.

Otázka 3

Prodej DVD
Otázka 3 / 3

Prostuduj si úlohu „Prodej DVD“ na pravé straně. Odpověz na otázku výběrem z rozbalovacích nabídek.

Od roku 1998 došlo k několika změnám ve vývoji prodeje počtu prodaných DVD.

Které vývojové trendy prodeje a matematické modely nejlépe vystihují tyto údaje pro časová období 1998–2004 a 2005–2007?

Doplň tabulku pomocí odpovědí z rozbalovacích nabídek. Poslední řádek je vyplněný jako příklad.

Roky	Vývoj prodeje	Matematický model
1998 – 2004	Vyber	Vyber
2005 – 2007	Vyber	Vyber
2008 – 2014	Pokles	Lineární

PRODEJ DVD

Graf ukazuje celkový počet DVD prodaných každoročně ve Velké Británii od roku 1998 do roku 2014. Umísti kurzor na jednotlivé body v grafu a zobrazí se ti jejich souřadnice.

Prodej DVD ve Velké Británii

Rok	Počet prodaných DVD (v milionech)
1998	10
1999	15
2000	20
2001	40
2002	90
2003	140
2004	190
2005	210
2006	230
2007	250
2008	240
2009	210
2010	190
2011	160
2012	140
2013	130
2014	125

Tematický okruh	Změna a vztahy
Kontext	Společenský
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 3 (částečná odpověď – úroveň 1)

Vyhodnocení otázky

Možnosti pro vývoj prodeje: vzestup, pokles.

Možnosti pro matematický model: lineární, nelineární.

Úplná odpověď

Kód 2: 1998–2004: vzestup, nelineární a 2005–2007: vzestup, lineární.

Částečná odpověď

Kód 1: Oba správné výběry pouze pro jedno období.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Ostatní odpovědi včetně pouze jednoho správného výběru.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	27,8	47,2	22,2	2,8
Četnost (%) – VG	71,2	19,7	7,6	1,5

Komentář

Ve třetí otázce byl žákům předložen graf prodeje DVD za delší časové období a pro dva úseky měli posoudit vývoj prodeje (pokles nebo vzestup) a matematický model (lineární nebo nelineární). Pro třetí časový úsek, ke kterému se vztahovaly předešlé otázky, byly odpovědi uvedeny jako vzor. Správné provedení všech čtyř výběrů byl pro žáky středně obtížný úkol, zatímco zodpovězení otázky částečně správně (tzn. oba správné výběry jen pro jeden z časových úseků) bylo relativně snadné.

Českým žákům nečinilo potíže posouzení vývojového trendu prodeje, u období 1998–2004 zvolili „vzestup“ všichni gymnazisté a 94 % žáků ZŠ, u druhého období 2005–2007 pak 97 % žáků VG a tři čtvrtiny žáků ZŠ. Zda se jedná o lineární matematický model, posoudilo u prvního období správně 83 % žáků VG a 58 % žáků ZŠ, u druhého období 80 % žáků VG a 58 % žáků ZŠ.

3.3 Úloha 3 | Stěhovací vůz

[Online verze úlohy](#)

Úvod



PISA

P

=

?

◀

▶

Stěhovací vůz
 Úvod

Přečti si úvod. Pak klikni na šipku DALŠÍ.

STĚHOVACÍ VŮZ

Milena se s rodinou stěhuje.

Mohou si vybrat stěhovací vůz ze dvou pronajímaných velikostí. V tabulce jsou uvedeny rozměry vnitřního nákladového prostoru stěhovacích vozů. Všechny stěny a podlaha nákladového prostoru u stěhovacího vozu mají tvar obdélníku.

Velikost vozu	Délka podlahy	Šířka podlahy	Výška
A	4 metry	2 metry	2 metry
B	6,6 metru	2,3 metru	2,3 metru

K dispozici jsou tři různé velikosti krabic. Rozměry těchto krabic jsou uvedeny v tabulce.

Velikost krabice	Délka	Šířka	Výška
Malá	0,4 metru	0,3 metru	0,3 metru
Střední	0,5 metru	0,5 metru	0,5 metru
Velká	0,5 metru	0,5 metru	0,75 metru

Úvodní obrazovka seznamuje žáky s problematikou stěhování, poskytuje vnitřní rozměry dvou dostupných stěhovacích vozů a rozměry tří typů krabic, které lze při stěhování použít.

Otázka 1

PISA

Stěhovací vůz
Otázka 1 / 2

Prostuduj si úlohu „Stěhovací vůz“ na pravé straně.
Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Milenina rodina se rozhodne pronajmout vůz A.

Jaký je největší počet středních krabic, které se vejdou do stěhovacího vozu A?

☐ 320
☐ 128
☐ 26
☐ 16

STĚHOVACÍ VŮZ



Rozměry vnitřního nákladového prostoru

Velikost vozu	Délka podlahy	Šířka podlahy	Výška
A	4 metry	2 metry	2 metry

Rozměry krabic

Velikost krabice	Délka	Šířka	Výška
Střední	0,5 metru	0,5 metru	0,5 metru

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Úroveň 2

 Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B (128)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

 Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	0,0	75,8	12,1	12,1	0,0
Četnost (%) – VG	0,0	76,9	13,8	6,2	3,1

Komentář

V první otázce měli žáci za úkol stanovit maximální počet krabic daných rozměrů, které lze naložit do stěhovacího vozu A. Obtížnost úlohy snižovala skutečnost, že krabice měly tvar krychle a nebylo potřeba zvažovat různé uspořádání uvnitř vozu. Pokud si žáci uvědomili, že vnitřní rozměry vozu jsou v celých metrech a délka hrany krabice je polovina metru, stačilo všechny tři rozměry vozu vynásobit dvěma a následně vypočítat jeho objem $V = 8 \times 4 \times 4 = 128$, což zároveň představuje maximální počet krabic. Případně žáci mohli určit, že na podlahu se vejde 32 krabic a že na výšku lze uložit 4 vrstvy. Jednalo se o poměrně snadnou úlohu ze základní dovednostní úrovně 2.

Více než tři čtvrtiny českých žáků ZŠ i VG zapojených do pilotního šetření vybraly správnou odpověď.

Otázka 2

PISA

P

?

←

→

Stěhovací vůz
Otázka 2 / 2

*Prostuduj si úlohu „Stěhovací vůz“ na pravé straně.
Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.*

Společnost, která pronajímá stěhovací vozy, potvrdila, že celý úložný prostor vozu A lze beze zbytku zaplnit pouze středními krabicemi.

Milena tvrdí, že střední krabice zabírá $\frac{2}{3}$ objemu velké krabice. Vyvozuje z toho, že počet velkých krabic, které vyplní stěhovací vůz A, je roven $\frac{2}{3}$ počtu středních krabic.

Které z následujících tvrzení o Milenině závěru je správné?

- ☐ Má pravdu, protože výška střední krabice je $\frac{2}{3}$ výšky velké krabice.
- ☐ Má pravdu, protože 3 střední krabice vždy zaplní stejný prostor jako 2 velké krabice.
- ☐ Nemá pravdu, protože žádný z rozměrů vnitřního nákladového prostoru vozu A není násobkem 0,75, což je výška velké krabice.
- ☐ Nemá pravdu, protože výška velké krabice je 1,5 násobek výšky střední krabice.

STĚHOVACÍ VŮZ

Velikost vozu	Délka podlahy	Šířka podlahy	Výška
A	4 metry	2 metry	2 metry

Rozměry krabice

Velikost krabice	Délka	Šířka	Výška
Střední	0,5 metru	0,5 metru	0,5 metru
Velká	0,5 metru	0,5 metru	0,75 metru

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 6

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: C (Nemá pravdu, protože žádný z rozměrů vnitřního nákladového prostoru vozu A není násobkem 0,75, což je výška velké krabice.)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	33,3	27,3	30,3	6,1	3,0
Četnost (%) – VG	30,8	18,5	32,3	13,8	4,6

Komentář

Ve druhé otázce žáci posuzovali, kolik velkých krabic se může vejít do stěhovacího vozu ve srovnání se středními krabicemi. Není potřeba počítat množství krabic ani vytvářet vlastní odpověď, ale vybrat jedno ze čtyř tvrzení – to, které je o Milenině závěru správné. Žáci musí daná tvrzení analyzovat. První a čtvrté tvrzení platí pro výšku obou krabic, druhé platí pro objem krabic, ale ani jedno z nich nesouvisí s vnitřními rozměry stěhovacího vozu. Správná volba je třetí tvrzení dávající do souvislosti rozměry velké krabice s rozměry auta. Počet velkých krabic, které lze naložit, se může lišit podle jejich uspořádání. Střední krabice beze zbytku zaplní vnitřní prostor stěhovacího vozu, proto by ho celý také musely vyplnit velké krabice, aby byl závěr správný. To však není možné, protože ani jeden z rozměrů vozu není násobkem výšky velké krabice. Ve voze tedy vždy zůstane nevyplněný prostor a počet velkých krabic bude menší než dvě třetiny počtu středních krabic. Že závěr není správný, by žáci také mohli odvodit z úvahy, že dvě třetiny počtu středních krabic ($128 \times 2 : 3 = 85,333$) nejsou celé číslo. Úloha byla velmi obtížná a náležela do nejvyšší dovednostní úrovně.

Správný výběr udělala téměř jedna třetina českých žáků, kteří úlohu řešili. Přibližně stejný podíl jich však nesprávně označil první možnost a druhou nesprávnou možnost pak označila více než čtvrtina žáků ZŠ, respektive necelá pětina žáků VG. Tito žáci se mohli chybně rozhodnout na základě platnosti tvrzení pro rozměry či objemy krabic, ale neuvědomili si, že mají posoudit, zda je správné s ohledem na Milenin závěr.

3.4 Úloha 4 | Spinery

[Online verze úlohy](#)

Úloha se týká pokusů se spinery, tedy koly s otáčející se šipkou (někdy se používá označení kolo šestí).



Otázka 1

PISA

Spinery

Otázka 1 / 3

Prostuduj si úlohu „Spinery“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a pak napiš zdůvodnění své odpovědi.

Petr si myslí, že u spineru A je větší pravděpodobnost, že se šipka zastaví na modré, než je u spineru B.

Má Petr pravdu?

☐ Ano

☐ Ne

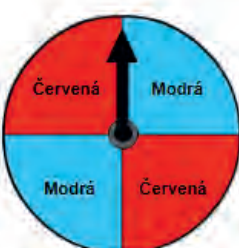
Svou odpověď vysvětli.

SPINERY

V Petrově třídě budou dělat pokus se dvěma koly s otáčející se šipkou – spinery.

Spinner A je rozdělen na dvě stejné velké části, z nichž jedna je modrá a jedna je červená. Spinner B je rozdělený na čtyři stejné velké části, z nichž dvě jsou modré a dvě jsou červené.

Žáci dostali pokyn: pokud se šipka zastaví na čáře mezi dvěma částmi, pak se toto roztočení nepočítá a musí šipku roztočit znovu.

Spinner A Spinner B

Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Osobní
Postup	Uvažování
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Vybere Ne a vysvětlí, že u obou spinnerů je stejná pravděpodobnost zastavení šipky na modré NEBO že modrá část je stejně velká.

Například:

- [Ne] Pravděpodobnost zastavení na modré je u obou spinnerů stejná.
- [Ne] Polovina kruhu u každého spinneru je modrá.
- Nemá pravdu, protože oba spinery mají stejné množství modré barvy. *[Zde je nepřímá zahrnutá volba „Ne“.]*
- [Ne] Je to stejné. *[Je to prvotní okamžitá reakce, která odkazuje na pravděpodobnost.]*
- [Ne] Protože $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.
- Nemá pravdu, protože pravděpodobnost je stejná pro oba spinery.

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9

Kód 0: Jiné odpovědi, včetně výběru Ne, ale s uvedením nesprávného vysvětlení nebo bez vysvětlení NEBO při výběru Ano s vysvětlením nebo bez vysvětlení.

- [Ne] Pravděpodobnost, že se zastaví na červené nebo modré, je stejná. *[Porovnání pravděpodobnosti zastavení na modré s pravděpodobností zastavení na červené není přijatelné.]*
- [Ne].
- [Ano] Protože modrá plocha spinneru A je větší než u spinneru B.

Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	38,5	59,0	2,5
Četnost (%) – VG	72,1	27,9	0,0

Komentář

V první otázce mají žáci za úkol rozhodnout o pravdivosti uvedeného tvrzení. Vybírají z možností „Ano“/„Ne“ a svůj výběr musí vysvětlit. Nejedná se o interaktivní položku. Ze zadání mohou žáci odvodit, že obsah modrých ploch je u obou spinnerů stejný (jedna polovina se rovná dvěma čtvrtinám), takže pravděpodobnost zastavení šipky v modré části je u obou spinnerů stejná a tvrzení není pravdivé. Jedná se o úlohu střední obtížnosti.

Pozorujeme velký rozdíl v úspěšnosti řešení mezi žáky ZŠ a žáky VG. Lze předpokládat, že gymnazisté mají s náhodnými jevy a pravděpodobnostmi větší zkušenosti a mnozí z nich se s pravděpodobností setkali při výuce. Téměř 60 % žáků ZŠ zvolilo chybně „Ano“ nebo nedokázalo svou správnou volbu „Ne“ dostatečně vysvětlit.

Otázka 2

PISA

Spinery
Otázka 2 / 3

▶ Jak spustit simulaci

Prostuduj si úlohu „Spinery“ na pravé straně. S využitím simulátoru odpověz na otázku. Napiš svou odpověď na otázku.

Teoretická pravděpodobnost, že se šipka zastaví na jakékoli z šesti barev spineru zobrazeného vpravo, je $\frac{1}{6}$.

Když se počet roztočení zvyšuje, jak souvisí procentní podíl, který vyjadřuje počet zastavení šipky na každé z barev, s hodnotou teoretické pravděpodobnosti?

Svou odpověď vysvětli.

SPINERY

Petr našel webovou stránku se simulátorem. Spinner na obrázku je rozdělený na šest stejně velkých částí, z nichž každá má jinou barvu.

Když se spustí simulace, v tabulce se pro zvolený počet roztočení zobrazí, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě. Hodnota v závorkách vyjadřuje v procentech, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě pro daný počet roztočení.

Počet roztočení

10501005001000500010000

Spustit

Počet roztočení	Zelená	Oranžová	Fialová	Žlutá	Modrá	Červená
100	18 (18,00%)	22 (22,00%)	17 (17,00%)	8 (8,00%)	20 (20,00%)	15 (15,00%)

Tematický okruh

Neurčitost a data

Kontext

Vědecký

Postup

Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků

Obtížnost

Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 5)

50 | PISA 2022: Inspirace pro rozvoj matematické gramotnosti a finanční gramotnosti

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2
Vysvětlí, že se zvyšujícím se počtem roztočení se procentní podíl více blíží teoretické pravděpodobnosti.
Například: - Procentní podíl se stále více přibližuje k $\frac{1}{6}$ u každé barvy. - Při 10 000 roztočeních je počet procent u všech přibližně 16–17 %, což je blízko k teoretické pravděpodobnosti 16,667 %. [Uznávejte hodnoty teoretické pravděpodobnosti od 0,16 do 0,17 (od 16 % do 17 %).] - Jak se počet zatočení zvyšuje, procento u každé barvy se blíží teoretické pravděpodobnosti.
ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1
Vysvětlí, že se zvyšujícím se počtem roztočení je procento u každé barvy přibližně stejné, NEBO poskytuje přijatelné vysvětlení založené na nesprávné teoretické pravděpodobnosti.
Například: - Se vzrůstajícím počtem zatočení se počet procent k sobě přibližuje. - Je to kolem 16 % nebo 17 %. [„Je to“ představuje prvotní okamžitou reakci odkazující na procentuální vyjádření, kolikrát se šipka zastaví u každé barvy. Odpověď postrádá srovnání těchto hodnot s teoretickou pravděpodobností.] - Procentní podíl se stále více přibližuje k $\frac{1}{5}$ u každé barvy.
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ: Kód 0 a Kód 9
Kód 0: Jiné odpovědi.
Protože $\frac{1}{6}$ je asi 16,67 %.
Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	0,0	2,6	30,8	66,6
Četnost (%) – VG	19,7	19,7	36,1	24,5

Komentář

Před druhou otázkou byla do úlohy vložena úvodní obrazovka se simulátorem používaným v další části. V rámci úvodní obrazovky se žáci se simulátorem seznámili a vyzkoušeli si, jak funguje. Tuto obrazovku zde neuvádíme.

Druhá otázka je interaktivní, žáci používají simulátor generující výsledky pro daný počet roztočení spinneru, ten postupně mění. Jejich úkolem je porovnat teoretickou a experimentální pravděpodobnost jevu a napsat odpověď na položenou otázku. Z dat zobrazených v tabulce na základě provedených simulací by žáci měli dojít k závěru, že s rostoucím počtem roztočení se procentní podíl zastavení šipky na každé barvě blíží k hodnotě teoretické pravděpodobnosti 16,67 %. Jedná se o obtížnou úlohu s vědeckým kontextem, kdy odpověď za plný počet bodů i částečně správná odpověď náleží do dovednostní úrovně 5.

V této otázce se výrazně prohloubily rozdíly mezi úspěšností gymnazistů a žáků ZŠ, kde bylo zaznamenáno jen minimum částečně správných odpovědí. Otázku vůbec nezodpověděly dvě třetiny žáků ZŠ a zhruba jedna čtvrtina žáků VG.

Otázka 3

PISA

Spinery
Otázka 3 / 3

Jak spustit simulaci

Prostuduj si úlohu „Spinery“ na pravé straně. S využitím simulátoru odpověz na otázku. Své odpovědi na otázku napiš číslicemi.

Petrův nový spinner je rozdělený na čtyři části různých barev. Každá část má jinou velikost.

Velikosti úhlů oranžové a zelené části spinneru jsou v tabulce uvedeny ve stupních.

S využitím simulátoru urči velikosti úhlů (ve stupních) žluté a fialové části spinneru.

Žlutá		stupňů
Fialová		stupňů
Oranžová	126	stupňů
Zelená	18	stupňů

SPINERY

Petr použil webovou stránku k návrhu nového spinneru.

Když se spustí simulace, v tabulce se pro zvolený počet roztočení zobrazí, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě. Hodnota v závorkách vyjadřuje v procentech, kolikrát se šipka zastavila na každé barvě pro daný počet roztočení.

Počet roztočení	Žlutá	Fialová	Oranžová	Zelená

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Vědecký
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Úroveň 5 (částečná odpověď – úroveň 4)

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Žlutá 144° (uznávány hodnoty 140 až 148); fialová 72° (hodnoty 68 až 76).

Částečná odpověď

Kód 1: Správně jen jedna barva, nebo žlutá 68 až 76 a fialová 140 až 148.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Všechny ostatní odpovědi.

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Rozložení odpovědí českých žáků	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%) – ZŠ	12,8	5,1	61,5	20,6
Četnost (%) – VG	46,7	1,7	31,7	19,9

Komentář

Ve třetí otázce je žákům předložen nový spinner rozdělený na čtyři výseče s různou velikostí, při řešení využívají stejnou simulaci, ale úloha spadá do geometrie. Žáci mají určit velikosti dvou úhlů, které vymezují žlutou a fialovou výseč spinneru. Velikosti úhlů vymezujících zbylé dvě výseče jsou v otázce uvedeny a mohou žákům posloužit jako vodítko při řešení. Předpokládá se, že žáci budou simulaci spouštět pro maximálně možný počet zatočení, aby získali výsledky co nejbližší realitě. Z výsledků simulací je vidět, že ve žluté části se šipka zastaví asi ve 40 % případů a ve fialové ve 20 % případů, z toho pak vycházejí velikosti úhlů 144° pro žlutou výseč (40 % z 360) a 72° pro fialovou výseč. Protože hodnoty ze simulace se budou lišit, zavádí se pro velikost úhlů tolerance $\pm 4^\circ$. Jedná se o obtížnou úlohu z dovednostní úrovně 5.

Téměř polovina žáků VG zodpověděla úlohu správně, zatímco na ZŠ byla úspěšnost jen kolem 13 %. V porovnání s předchozí otázkou se výrazně snížil podíl žáků, kteří úkol neřešili.

4

Úlohy z koncepčního rámce PISA 2022

4 ÚLOHY Z KONCEPČNÍHO RÁMCE PISA 2022

Originální znění [Koncepčního rámce matematické gramotnosti](#) obsahuje celkem sedm úloh, šest z nich prezentujeme níže. Tyto úlohy nebyly součástí testů, které žáci vyplňovali v rámci testování PISA 2022, nicméně reprezentují konstruktu matematické gramotnosti definovaný v koncepčním rámci šetření. Z tohoto důvodu úlohy neobsahují informace o průměrné úspěšnosti českých žáků.

4.1 Úloha 1 | Používání mobilních telefonů

Tato úloha ilustruje možnosti zařazování interaktivních prvků do testů v případě počítačového testování. Konkrétně se jedná o tabulkový procesor, který umožňuje uspořádání dat v tabulce podle jednoho kritéria.

Otázka 1

PISA

Používání mobilních telefonů

Otázka 1/3

Prostuduj si úlohu „Používání mobilních telefonů“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Které operace se sloupce B a C zajistí správné hodnoty ve sloupci D?

Pro každou zemi:

☐ Vydělit hodnotu ve sloupci B hodnotou ve sloupci C:
 $B : C$

☐ Vydělit součet hodnot ve sloupcích B a C hodnotou ve sloupci C:
 $(B + C) : C$

☐ Vydělit hodnotu ve sloupci C hodnotou ve sloupci B:
 $C : B$

☐ Vydělit hodnotu ve sloupci B součtem hodnot ve sloupcích B a C:
 $B : (B + C)$

POUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEFONŮ

Tabulkový kalkulátor pro vybrané asijské země uvádí počet obyvatel (v milionech) a počet uživatelů mobilních telefonů (v milionech). Údaje byly seřazeny abecedně podle názvu zemí.

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D
Země	Počet obyvatel (v milionech)	Počet uživatelů mobilních telefonů (v milionech)	Podíl uživatelů mobilních telefonů
Bangladéš	166,735	8,921	
Filipíny	105,341	28,627	
Indonésie	266,357	67,57	
Japonsko	125,738	65,282	
Malajsie	31,571	20,98	
Pákistán	200,663	23,228	
Thajsko	68,416	30,486	
Turecko	81,086	44,771	
Vietnam	96,357	29,043	

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: C (hodnotu ve sloupci C dělíme hodnotou ve sloupci B)

Komentář

Před první otázkou byla v úloze zařazena úvodní obrazovka obsahující pravou část obrázku výše. V rámci úvodní obrazovky se žáci seznámili s tabulkovým procesorem a vyzkoušeli si jeho funkčnost. Samostatnou úvodní obrazovku zde neuvádíme.

V první otázce měli žáci na základě záhlaví sloupce D určit postup, podle kterého by se hodnoty v něm vypočítaly (v tabulce uvedeny nejsou). Pro zodpovězení otázky nebyly potřebné žádné manipulace s procesorem, ani nemuseli žáci psát vlastní odpověď, vybírali z uvedených možností. Jde o to, uvědomit si, ze kterého sloupce tvoří hodnoty základ (100 %).

Otázka 2

PISA

Používání mobilních telefonů
Otázka 2/3

Údaje v tabulkovém kalkulátoru můžeš seřadit pomocí tlačítka pro řazení v záhlaví sloupce. Údaje se seřadí vzestupně.

Použití tlačítek pro řazení ti pomůže při posuzování každého tvrzení.

U každého uvedeného tvrzení klikni buď na **Pravda**, nebo **Nepravda**.

Tvrzení	Pravda	Nepravda
Země s největším počtem obyvatel má také největší počet uživatelů mobilních telefonů.	☐	☐
Země s nejmenším počtem uživatelů mobilních telefonů má také nejmenší počet obyvatel.	☐	☐
Země s nejvyšším podílem uživatelů mobilních telefonů má také nejmenší počet obyvatel.	☐	☐
V zemi, kde se podíl uživatelů mobilních telefonů rovná mediánu, se mediánu také rovná počet uživatelů mobilních telefonů.	☐	☐

POUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEFONŮ

Do sloupce D tabulkového kalkulátoru byly přidány hodnoty podílu uživatelů mobilních telefonů (vyjádřeno v procentech).

Sloupec A	Sloupec B	Sloupec C	Sloupec D
Země	Počet obyvatel (v milionech)	Počet uživatelů mobilních telefonů (v milionech)	Podíl uživatelů mobilních telefonů
Bangladéš	166,735	8,921	5 %
Filipíny	105,341	28,627	27 %
Indonésie	266,357	67,57	25 %
Japonsko	125,738	65,282	52 %
Malajsie	31,571	12,098	38 %
Pákistán	200,663	23,228	12 %
Thajsko	68,416	30,486	45 %
Turecko	81,086	44,771	55 %
Vietnam	96,357	29,043	30 %

Vyhodnocení otázky

Žáci vybírali pro každé tvrzení jednu z možností „Pravda“/„Nepravda“.

Úplná odpověď: Možnosti vybrány v pořadí „Pravda“, „Nepravda“, „Nepravda“, „Pravda“.

Komentář

Ve druhé otázce byly do tabulky doplněny podíly uživatelů telefonů v procentech a žáci měli rozhodnout o pravdivosti čtyř předložených tvrzení. Při tom jim mohlo pomoci řazení dat podle konkrétního kritéria. Rozhodování by pro žáky nemělo být obtížné, pokud se soustředili a volili hodnoty ze správných sloupců. Nejobtížnější bylo posouzení posledního tvrzení, kdy žáci museli znát pojem medián.

Otázka 3

PISA

Používání mobilních telefonů
Otázka 3/3

Vybráním odpovídající záložky můžeš na vodorovné ose volit mezi počtem obyvatel (v milionech) a minimální hodinovou mzdou (v zedech).

Výběrem odpovídajících záložek si prostuduj oba grafy a odpověz na uvedenou otázku.

U kterého údaje (počet obyvatel, nebo minimální hodinová mzda) se zvyšuje podíl uživatelů mobilních telefonů, když se zvyšuje hodnota tohoto údaje?

☐ Počet obyvatel
☐ Minimální hodinová mzda (v zedech)

Vysvětli své uvažování:

POUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEFONŮ

Graf znázorňuje souvislost buď mezi podílem uživatelů mobilních telefonů v zemi a počtem obyvatel (v milionech), nebo mezi podílem uživatelů mobilních telefonů a minimální hodinovou mzdou (v zedech).

Počet obyvatel

Hodinová mzda

Stрана	Počet obyvatel (miliony)	Podíl uživatelů mobilních telefonů (%)
Turecko	~10	~55
Thajsko	~70	~45
Malajsie	~40	~38
Japonsko	~130	~50
Vietnam	~110	~32
Filipíny	~100	~28
Pákistán	~200	~12
Bangladéš	~180	~8
Indonésie	~260	~25

PISA

Používání mobilních telefonů

Otázka 3/3

Vybráním odpovídající záložky můžeš na vodorovné ose volit mezi počtem obyvatel (v milionech) a minimální hodinovou mzdou (v zedech).

Výběrem odpovídajících záložek si prostuduj oba grafy a odpověz na uvedenou otázku.

U kterého údaje (počet obyvatel, nebo minimální hodinová mzda) se zvyšuje podíl uživatelů mobilních telefonů, když se zvyšuje hodnota tohoto údaje?

☐ Počet obyvatel
☐ Minimální hodinová mzda (v zedech)

Vysvětli své uvažování:

POUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEFONŮ

Graf znázorňuje souvislost buď mezi podílem uživatelů mobilních telefonů v zemi a počtem obyvatel (v milionech), nebo mezi podílem uživatelů mobilních telefonů a minimální hodinovou mzdou (v zedech).

Počet obyvatel

Hodinová mzda

Stрана	Minimální hodinová mzda (zedy)	Podíl uživatelů mobilních telefonů (%)
Bangladéš	~0.5	~5
Filipíny	~1.5	~30
Indonésie	~2.0	~25
Pákistán	~2.5	~10
Thajsko	~3.5	~45
Malajsie	~3.0	~35
Vietnam	~2.5	~30
Japonsko	~7.5	~50
Turecko	~6.5	~55

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Označeno „Minimální hodinová mzda“ a uvedeno přijatelné vysvětlení.

Komentář

Ve třetí otázce jsou žákům předloženy dva bodové grafy, každý na jedné záložce, mezi kterými mohou přepínat. Mají rozhodnout, na kterém grafu je znázorněna rostoucí závislost mezi proměnnými. Žáci by měli označit proměnnou „Minimální hodinová mzda“ a uvést vysvětlení, že ve většině případů země s vyšší mzdou vykazují vyšší podíl uživatelů mobilních telefonů.

PISA 2022: Inspirace pro rozvoj matematické gramotnosti a finanční gramotnosti | 59

4.2 Úloha 2 | Krása mocnin

Druhá úloha ilustruje určitou škálu úkolů zaměřených na matematické uvažování v rámci matematického kontextu, a to od jednodušších po složitější. Dále pak jistě náznaky jevu růstu, ačkoli ve skutečnosti je kontext této úlohy více zaměřen na matematické uvažování a na rozpoznávání schémat než na samotný růst.

Otázka 1

PISA

Krása mocnin

Otázka 1/3

Prostuduj si úlohu „Krása mocnin“ na pravé straně.
U každého tvrzení klikni buď na **Pravda**, nebo **Nepravda**.

Tvrzení	Pravda	Nepravda
Číslo 8^{16} je 8krát větší než číslo 8^{15} .	☐	☐
Číslo 8^{10} je 10krát větší než číslo 8.	☐	☐

KRÁSA MOCNIN

Když provádíš opakované násobení stejným číslem, můžeš použít mocninový zápis pro stručné vyjádření toho, co děláš.

Například:

$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$ (čtyři osmičky vynásobené navzájem)

a

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$ (šest sedmiček vynásobených navzájem)

Vyhodnocení otázky

Žáci vybírali pro každé tvrzení jednu z možností „Pravda“/„Nepravda“.

Úplná odpověď: Možnosti vybrány v pořadí „Pravda“, „Nepravda“.

Komentář

Nejdříve je žákům představen mocninový zápis jako zkrácený zápis pro opakované násobení čísla sama sebou. V první otázce pak žáci posuzují pravdivost dvou tvrzení zaměřených na porozumění mocninovému zápisu. Jde o relativně lehký úkol.

Otázka 2

PISA

Krásá mocnin
Otázka 2/3

Prostuduj si úlohu „Krásá mocnin“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

Jaká je hodnota výše uvedeného výrazu?

☐ -1
☐ 1
☐ 0
☐ 5

KRÁSA MOCNIN

Když provádíš opakovaně násobení stejným číslem, můžeš použít mocninový zápis pro stručné vyjádření toho, co děláš.

Například:

$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$ (čtyři osmičky vynásobené navzájem)

a

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$ (šest sedmiček vynásobených navzájem)

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (hodnota -1)

Komentář

Také druhá otázka se vztahuje k mocninovému zápisu, žáci mají určit hodnotu předloženého číselného výrazu. Úkol je obtížnější než v otázce 1, ale jeho obtížnost do jisté míry snižuje skutečnost, že výsledek žáci vybírají z předložených možností. Předpokládá se, že žáci budou úlohu řešit úvahou namísto skutečného vyčíslování mocnin. Použijí znalost o umocňování záporného čísla, respektive o součinu záporných čísel – lichá mocnina záporného čísla je číslo záporné, stejně jako součin lichého počtu záporných činitelů.

Otázka 3

Krásá mocnin
Otázka 3/3

Prostuduj si úlohu „Krásá mocnin“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.

Jaká je poslední číslice čísla 7^{190} ?

☐ 1
☐ 3
☐ 7
☐ 9

KRÁSA MOCNIN

Niže je uvedeno prvních devět mocnin čísla 7.

Všimni si, jak rychle rostou!

Poslední číslice uvedených čísel tvoří určitý vzor. Prostuduj si tento vzor a odpověz na otázku.

$7^1 =$	7
$7^2 =$	49
$7^3 =$	343
$7^4 =$	2 401
$7^5 =$	16 807
$7^6 =$	117 649
$7^7 =$	823 543
$7^8 =$	5 764 801
$7^9 =$	40 353 607

 Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: D (čísllice 9)

 Komentář

Třetí otázka se rovněž týká mocnin, ale při řešení se mění na určení číslice, která se nachází na určité pozici v číselné řadě. Žákům je předloženo prvních devět mocnin čísla 7 a jsou upozorněni na číselnou řadu, kterou tvoří číslice na řádu jednotek těchto mocnin. Pravidelně se v řadě opakují čtyři číslice 1, 3, 7 a 9. Žáci mají za úkol určit, která z nich se nachází na pozici 190. Pořadové číslo v řadě je určeno hodnotou exponentu mocniny čísla 7. Například mohou vyloučit číslice 3 a 7, které se nacházejí na lichých pozicích, a následně číslici 1, protože pozice 190 není dělitelná čtyřmi.

4.3 Úloha 3 | Vždy, někdy, nikdy

Tato úloha ilustruje řadu úkolů na uvažování a na hodnocení pravdivosti tvrzení od jednodušších po složitější, které zahrnují různé typy otázek: otázky s odpovědí ano/ne, otázky s výběrem odpovědi i otázky s tvorbou odpovědi.

Otázka 1

PISA

Vždy, někdy, nikdy
Otázka 1/3

U každého tvrzení urči, zda je **vždy** pravdivé, **někdy** pravdivé, nebo není **nikdy** pravdivé.

Tvrzení	Vždy pravdivé	Někdy pravdivé	Nikdy pravdivé
Výška 14leté dívky se alespoň jednou v jejím životě rovnala polovině její současné výšky.	☐	☐	☐
14letá dívka je vyšší než 10letá dívka.	☐	☐	☐

VŽDY, NĚKDY, NIKDY

Tvrzení, která lidé vysloví, mohou být obecně rozdělena do tří různých kategorií:

Tvrzení, která jsou **VŽDY** pravdivá.
Tvrzení, která jsou **NĚKDY** pravdivá.
Tvrzení, která nejsou **NIKDY** pravdivá.

Tvrzení:
„Číslo, které je dělitelné 4, je také dělitelné 2.“
je **VŽDY** pravdivé, protože 2 je dělitelem 4.

Tvrzení:
„Číslo, které je dělitelné 9, je také dělitelné 6.“
je **NĚKDY** pravdivé. Například 36 je dělitelné 9 a 6, ovšem 27 je dělitelné 9, ale není dělitelné 6.

Tvrzení:
„Součet dvou lichých čísel je liché číslo.“
není **NIKDY** pravdivé, protože součet dvou lichých čísel je vždy sudé číslo.

Vyhodnocení otázky

Žáci vybírali pro každé tvrzení jednu z možností „Vždy pravdivé“/„Někdy pravdivé“/„Nikdy pravdivé“.

Úplná odpověď: Možnosti vybrány v pořadí „Vždy pravdivé“, „Někdy pravdivé“.

Komentář

Žáci se nejprve seznámí s dělením tvrzení do tří kategorií podle jejich pravdivosti včetně ilustrativních příkladů. V první otázce jsou jim předložena dvě tvrzení z běžného života a určují, kdy jsou pravdivá.

Otázka 2

PISA

Vždy, někdy, nikdy
Otázka 2/3

U každého tvrzení urči, zda je **vždy** pravdivé, **někdy** pravdivé, nebo není **nikdy** pravdivé.

Tvrzení	Vždy pravdivé	Někdy pravdivé	Nikdy pravdivé
Když se celé číslo vynásobí samo sebou, výsledek je sudé číslo.	☐	☐	☐
Dvojnásobek celého čísla je sudé číslo.	☐	☐	☐
Rozpůlením celého lichého čísla dostaneme celé číslo.	☐	☐	☐
$3x + 1 = \frac{6x + 2}{2}$	☐	☐	☐
	☐	☐	☐
Jestliže 50krát hodíme minci, padne líc 25krát.	☐	☐	☐

 Vyhodnocení otázky

Žáci vybírali pro každé tvrzení jednu z možností „Vždy pravdivé“, „Někdy pravdivé“, „Nikdy pravdivé“.

Úplná odpověď: Možnosti vybrány v pořadí „Někdy pravdivé“, „Vždy pravdivé“, „Nikdy pravdivé“, „Vždy pravdivé“, „Nikdy pravdivé“, „Někdy pravdivé“.

 Komentář

Ve druhé otázce mají žáci za úkol posoudit šest poměrně jednoduchých tvrzení s matematickým kontextem, která spadají do aritmetiky, algebry, geometrie a pravděpodobnosti.

Otázka 3

PISA

Vždy, někdy, nikdy
Otázka 3/3

Každé z následujících tvrzení je **NĚKDY PRAVDIVÉ**.
Ke každému tvrzení uveď jeden příklad, kdy je pravdivé, a jeden příklad, kdy není pravdivé.

Tvrzení	Příklad, kdy je tvrzení pravdivé	Příklad, kdy tvrzení není pravdivé
Člověk s největším počtem mincí má nejvíce peněz.		
$A - B = B - A$		
Jestliže přičteš stejné číslo k čitateli i ke jmenovateli zlomku, hodnota zlomku se zvýší.		

 Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Všech šest příkladů uvedeno správně.

 Komentář

Třetí otázka obsahuje tři tvrzení, o kterých mají žáci informaci, že jsou někdy pravdivá. Neposuzují tedy jejich pravdivost, ale ke každému mají uvést dva příklady – jeden, kdy je tvrzení pravdivé, a druhý, kdy není pravdivé.

4.4 Úloha 4 | Obkládání

Úloha ilustruje uvažování a informatické myšlení využívané při řešení problémů, jejich analyzování, rozkládání na menší zvládnutelné části, rozpoznávání schémat a navrhování kroků postupného řešení včetně případného využití výpočetní techniky. Dále ilustruje různé geometrické reprezentace.

Úvod

Tato obrazovka uvádí žáka do problematiky pokládání dlažby. Jsou představeny dva druhy dlaždic včetně vzorů, které při jejich skládání na podlaze vznikají.

Otázka 1

PISA

Obkládání
Otázka 1/5

Prostuduj si úlohu „Obkládání“ na pravé straně. Dokonči úlohu přetažením myši.

Položený vzor na pravé straně je vytvořený použitím kombinace obou typů dlaždic. Obkladač pokračuje v pokládání dlažby tak, že tento vzor rozšiřuje stejným způsobem.

Prostuduj si vzor na pravé straně.

Použij svou myš k přetažení a umístění dlaždic do políček a dokonči položení zbytku dlažby, aby vzor zůstal stejný.

OBKLÁDÁNÍ

Dlaždice A Dlaždice B

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Správné umístění dlaždic do všech prázdných políček.

1. řada: B, A, B, A, B, A; 2. řada: B, A, B; 3. řada: B, A; 4. řada: B (řady číslovány shora dolů)

Komentář

V otázce mají žáci k dispozici dva druhy dlaždic a jejich úkolem je dokončit pokládku dlažby na zobrazenou část podlahy tak, aby již složený vzor zůstal zachován. Jedná se o interaktivní úlohu, ve které přesouvají jednotlivé dlaždice do příslušných políček pomocí myši. Při rozboru zadání by si žáci měli uvědomit, že dlaždice A a B se v řadách střídají a že v každé řadě v chybějící části patří do prvního políčka zleva dlaždice B.

Otázka 2

PISA

Obkládání
Otázka 2/5

Prostuduj si úlohu „Obkládání“ na pravé straně. Dokonči úlohu přetažením myši.

Obkladač chce sestavit řadu pokynů, kterou by mohl dát lidem, kteří si chtějí vytvořit z dlaždic stejný vzor.

Přetáhni jednotlivé rámečky do prázdných políček a doplň pokyny tak, aby vznikl vzor na pravé straně.

KDYŽ POTOM JINAK DLAŽDICE A DLAŽDICE B

POKYNY PRO OBKLÁDÁNÍ

Pro řadu = 1 až 4

„Nejdříve urči levou dlaždici v řadě“

KDYŽ číslo řady je liché číslo

POTOM první dlaždice je

JINAK první dlaždice je

„Dokonči řadu přidáváním dlaždic“

KDYŽ předchozí dlaždice je

použij

použij

Další řada

OBKLÁDÁNÍ

Dlaždice A Dlaždice B

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Správné umístění dlaždic a příkazů do všech prázdných políček.

Příklad doplněných pokynů:

POKYNY PRO OBKLÁDÁNÍ

Pro řadu = 1 až 4

„Nejdříve urči levou dlaždici v řadě“

KDYŽ číslo řady je liché číslo

POTOM první dlaždice je DLAŽDICE A

JINAK první dlaždice je DLAŽDICE B

„Dokonči řadu přidáváním dlaždic“

KDYŽ předchozí dlaždice je DLAŽDICE A

POTOM použij DLAŽDICE B

JINAK použij DLAŽDICE A

Další řada

Komentář

Ve druhé otázce měli žáci pomocí přetažení odpovídajících rámečků s názvy dlaždic a s příkazy doplnit pokyny pro obkládání tak, aby si podle nich zájemci mohli sami vytvořit z dlaždic stejný vzor. Dokončení uvedeného cyklu může být obtížnější zejména pro žáky, kteří nemají zkušenosti s algoritmizací nebo se základy programování.

Otázka 3

PISA

Obkládání
Otázka 3/5

Prostuduj si úlohu „Obkládání“ na pravé straně. Odpověz na otázku označením možností.

Obkladač by rád dokázal předpovědět, kterou dlaždici má položit na libovolné políčko v mřížce. Například chce vědět, kterou dlaždici položí na modře označené políčko $[m; n]$.

Prostuduj si vzor z dlaždic a hlavně čtyři dlaždice ohraničené červenou čarou. Vyber **VŠECHNA** pravidla uvedená níže, která předpovědí správné dlaždici pro libovolné políčko $[m; n]$ v mřížce.

Pravidlo	
Když $m + n$ je liché číslo, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐
Když $m + n$ je sudé číslo, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐
Když $m \times n$ je liché číslo, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐
Když $m \times n$ je sudé číslo, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐
Když m je liché číslo a n je liché číslo, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐
Když m a n jsou obě lichá nebo obě sudá čísla, použij dlaždici A, jinak použij dlaždici B.	☐

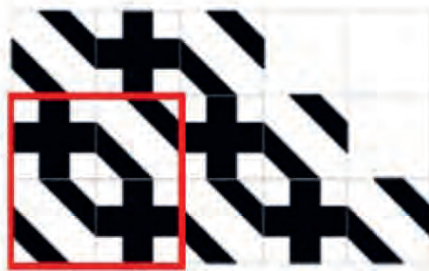
OBKLÁDÁNÍ


Dlaždice A


Dlaždice B

n

3
2
1



1 2 3 4 5

m

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Označeno druhé a šesté pravidlo, ostatní pravidla neoznačena.

Komentář

Třetí otázka se týká zobecnění úlohy, určení druhu dlaždice na libovolné pozici na podlaze. Žáci však nemají vytvořit pravidlo, ale ze šesti uvedených vybrat všechna, která předpovídají správnou dlaždici pro libovolné políčko. Přitom jsou upozorněni, aby se při analýze vzoru zaměřili na čtyři ohraničená políčka. Tyto skutečnosti do jisté míry úkol zjednodušují.

Diskuze

PISA

Obkládání
Diskuze

Přečti si úvodní pokyny.

Druhým způsobem, jak popsat vzor z dlaždic, je zapsat písmena místo dlaždic do odpovídajících políček mřížky.

Prostuduj si použití písmen pro zaznamenání vzoru z dlaždic. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

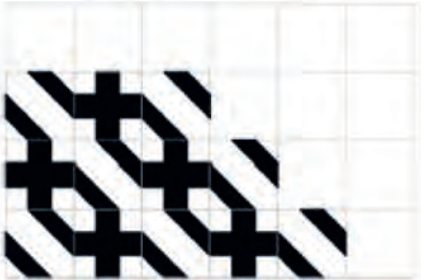
OBKLÁDÁNÍ



Dlaždice A



Dlaždice B



A	B	A			
B	A	B	A		
A	B	A	B	A	

Jako další byla do úlohy zařazena obrazovka Diskuze, na které se žáci seznámí s druhým způsobem popsání vzoru – místo umisťování dlaždic se do políček zapíše písmena. Tento způsob bude následně využíván v dalších otázkách.

Otázka 4

PISA

Obkládání
Otázka 4/5

Vzor z dlaždic na pravé straně je vytvořený pomocí kombinace dvou druhů dlaždic: B a C. Aleš pokračuje v pokládání dlažby tak, že rozšiřuje vzor stejným způsobem.

Prostuduj si vzor z dlaždic.

Červený čtverec na mřížce dole odpovídá červenému čtverci na mřížce na pravé straně. Použij písmena B a C pro zaznamenání toho, která dlaždice patří do každého políčka v červeném čtverci.

OBKLÁDÁNÍ

Dlaždice B Dlaždice C

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Správné doplnění všech osmi písmen.

B	C	C
C	C	B
C	B	C

Komentář

Ve čtvrté otázce je žákům předložen nový vzor vytvořený na podlaze ze dvou druhů dlaždic, kde původní dlaždice A byla nahrazena novou dlaždici C. Žáci mají za úkol doplnit vzor v ohraničené části dlažby o rozměrech 3×3 a zapsat ho pomocí písmen. Toto abstraktní vyjádření vzoru může klást na žáky o něco vyšší nároky na představivost.

Otázka 5

PISA

Obkládání
Otázka 5/5

Vzor z dlaždic na pravé straně je část ze středu mnohem větší plochy vytvořené pomocí kombinace tří dlaždic: A, B a C.

Prostuduj si vzor z dlaždic na pravé straně.

Který ze záznamů dole vyjádřený čtvercem 3×3 s dlaždicemi by při opakovaném použití vytvořil vzor na pravé straně? Označ **VŠECHNY** vhodné možnosti.

Čtverec 3×3 použitý pro vytvoření vzoru										
<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>B</td><td>A</td><td>C</td></tr> <tr><td>B</td><td>C</td><td>A</td></tr> </table>	A	B	C	B	A	C	B	C	A	☐
A	B	C								
B	A	C								
B	C	A								
<table border="1"> <tr><td>B</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>C</td><td>A</td><td>B</td></tr> <tr><td>A</td><td>C</td><td>B</td></tr> </table>	B	C	A	C	A	B	A	C	B	☐
B	C	A								
C	A	B								
A	C	B								
<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>B</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td>A</td><td>C</td></tr> </table>	A	B	C	B	C	A	B	A	C	☐
A	B	C								
B	C	A								
B	A	C								
<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>B</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>C</td><td>A</td><td>B</td></tr> </table>	A	B	C	B	C	A	C	A	B	☐
A	B	C								
B	C	A								
C	A	B								

OBKLÁDÁNÍ

Dlaždice A Dlaždice B Dlaždice C

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Označen druhý a třetí záznam, ostatní záznamy neoznačeny.

Komentář

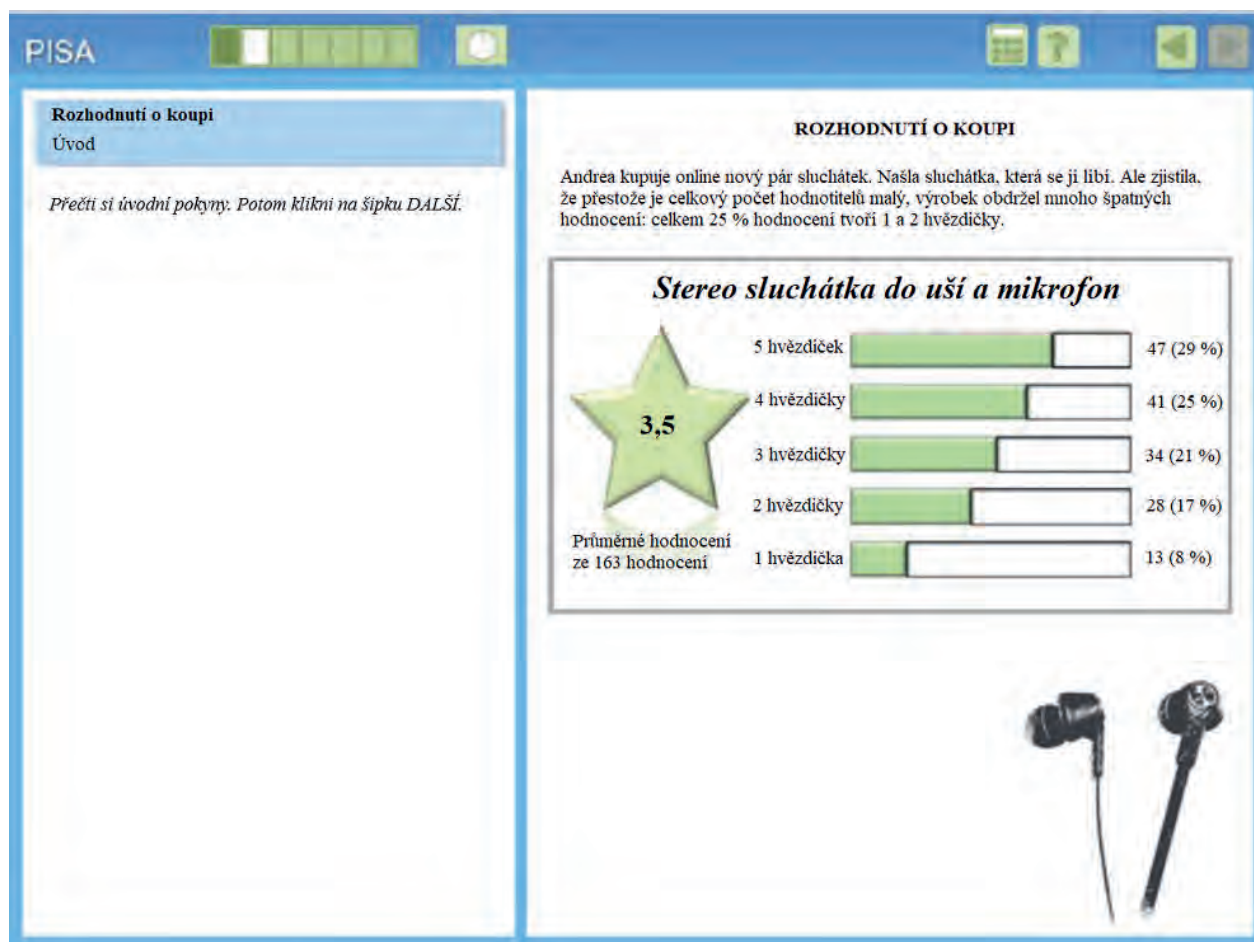
V páté otázce je žákům předložen vzor vytvořený kombinací tří dlaždic A, B, C. Jejich úkolem je ze čtyř předložených záznamů vyjádřených písmeny vybrat všechny, které by svým opakováním vytvořily daný vzor. Postupnou eliminací žáci mohou vyloučit první a poslední záznam.

4.5 Úloha 5 | Rozhodnutí o koupi

Úloha ilustruje používání podmíněného rozhodování při řešení problémů.

Úvod

Úvodní informace k úloze byly představeny na dvou obrazovkách. První obsahovala grafické znázornění online hodnocení stereo sluchátek do uší a na druhé byla přehledná tabulka četností komentářů od hodnotitelů s 1 a 2 hvězdičkami rozdělených do šesti kategorií.



PISA

Rozhodnutí o koupi
 Úvod – pokračování

Přečti si doplňující úvod. Potom klikni na tlačítko DALŠÍ.

ROZHODNUTÍ O KOUPI

Aby se Andrea snáze rozhodla, zda si má výrobek koupit, nebo ne, prostudovala si komentáře u hodnocení 1 a 2 hvězdičkami. Zjistila, že některá hodnocení nemají žádnou souvislost s kvalitou nebo funkcí výrobku.

Roztřídila odpovědi hodnotitelů s 1 a 2 hvězdičkami a svá zjištění přehledně zapsala do tabulky.

ZÁVĚR	Počet
sluchátka přišla pozdě	13
sluchátka vůbec nepřišla	4
kabel byl poškozený nebo chyběl	7
jedno nebo obě sluchátka byla rozbitá	4
obal nevypadal dobře	5
špatné ohodnocení (dobrá recenze, nízký počet hvězdiček)	8

Otázka 1

PISA

Rozhodnutí o koupi
Otázka 1/2

Andrea prošla všechny komentáře hodnotitelů a všimla si, že pouze hodnotitelé s 1 a 2 hvězdičkami uváděli špatnou kvalitu nebo že výrobek dorazil pozdě nebo vůbec ne.

K zodpovězení otázek použij informace ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka a pro výpočet použij kalkulačku, která je v testové aplikaci.

Otázka	Odpověď*
Kolik procent všech hodnocení se týká kvality výrobku?	
Kolik procent hodnocení 1 a 2 hvězdičkami se týká pozdního doručení nebo nedoručení výrobku?	

ROZHODNUTÍ O KOUPI

Online hodnocení
Souhrnná tabulka

Stereo sluchátka do uší a mikrofon

3,5

Průměrné hodnocení ze 163 hodnocení

5 hvězdiček

4 hvězdičky

3 hvězdičky

2 hvězdičky

1 hvězdička

PISA

Rozhodnutí o koupi
Otázka 1/2

Andrea prošla všechny komentáře hodnotitelů a všimla si, že pouze hodnotitelé s 1 a 2 hvězdičkami uváděli špatnou kvalitu nebo že výrobek dorazil pozdě nebo vůbec ne.

K zodpovězení otázek použij informace ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka a pro výpočet použij kalkulačku, která je v testové aplikaci.

Otázka	Odpověď*
Kolik procent všech hodnocení se týká kvality výrobku?	
Kolik procent hodnocení 1 a 2 hvězdičkami se týká pozdního doručení nebo nedoručení výrobku?	

ROZHODNUTÍ O KOUPI

Online hodnocení
Souhrnná tabulka

ZÁVĚR	Počet
Sluchátka přišla pozdě	13
Sluchátka vůbec nepřišla	4
Kabel byl poškozený nebo chyběl	7
Jedno nebo obě sluchátka byla rozbitá	4
Obal nevypadal dobře	5
Špatné ohodnocení (dobrá recenze, nízký počet hvězdiček)	8

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Hodnoty 6,75 % a 41,5 %.

Komentář

Pro řešení první otázky je důležitá červeně zvýrazněná věta uvedená v levé části obrazovky. Žáci by měli kombinovat údaje ze dvou záložek, mezi kterými mohli přepínat, uvádíme je jako samostatné obrázky. V prvním úkolu najdou celkový počet hodnocení (163) na záložce „Online hodnocení“ a počet komentářů týkajících se kvality výrobku (11) určí ze „Souhrnné tabulky“. Obdobným způsobem žáci ve druhém úkolu určí, že hodnocení 1 a 2 hvězdičkami uvedlo 41 hodnotitelů a že 17 z nich napsalo, že sluchátka přišla pozdě, případně vůbec nepřišla.

Otázka 2

PISA

Rozhodnutí o koupi
Otázka 2/2

Andrea prošla všechny komentáře hodnotitelů a všimla si, že pouze hodnotitelé s 1 a 2 hvězdičkami uváděli špatnou kvalitu nebo že výrobek dorazil pozdě nebo vůbec ne.

K zodpovězení otázek použij informace ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka a pro výpočet použij kalkulačku, která je v testové aplikaci.

Otázka	Odpověď
Andrea se obává, že sluchátka dorazí pozdě nebo vůbec. Na základě informací ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka: Jaká je pravděpodobnost, že sluchátka dorazí pozdě nebo vůbec? Zapiš svou odpověď ve tvaru zlomku nebo v procentech.	

ROZHODNUTÍ O KOUPI

Online hodnocení
Souhrnná tabulka

Stereo sluchátka do uší a mikrofon

5 hvězdiček

4 hvězdičky

3 hvězdičky

2 hvězdičky

1 hvězdička

	47 (29 %)
	41 (25 %)
	34 (21 %)
	28 (17 %)
	13 (8 %)

Průměrné hodnocení ze 163 hodnocení

PISA

Rozhodnutí o koupi

Otázka 2/2

Andrea prošla všechny komentáře hodnotitelů a všimla si, že pouze hodnotitelé s 1 a 2 hvězdičkami uváděli špatnou kvalitu nebo že výrobek dorazil pozdě nebo vůbec ne.

K zodpovězení otázek použij informace ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka a pro výpočet použij kalkulačku, která je v testové aplikaci.

Otázka	Odpověď
Andrea se obává, že sluchátka dorazí pozdě nebo vůbec.	
Na základě informací ze záložky Online hodnocení a ze záložky Souhrnná tabulka: Jaká je pravděpodobnost, že sluchátka dorazí pozdě nebo vůbec?	
Zapiš svou odpověď ve tvaru zlomku nebo v procentech.	

ROZHODNUTÍ O KOUPI

Online hodnocení
Souhrnná tabulka

ZÁVĚR	Počet
Sluchátka přišla pozdě	13
Sluchátka vůbec nepřišla	4
Kabel byl poškozený nebo chyběl	7
Jedno nebo obě sluchátka byla rozbitá	4
Obal nevypadal dobře	5
Špatné ohodnocení (dobrá recenze, nízký počet hvězdiček)	8

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: $\frac{17}{163}$ nebo 0,104 nebo 10,4 %.

Komentář

Druhá otázka je velmi podobná předchozí s tím rozdílem, že žáci nemají určit počet procent, ale pravděpodobnost toho, že sluchátka nedorazí včas. Pracují se stejnými zdroji dat. Celkový počet hodnocení je uveden na záložce „Online hodnocení“ a počet nedoručených a pozdě doručených zásilek je na záložce „Souhrnná tabulka“. Pokud žáci vyjádří pravděpodobnost ve tvaru zlomku, není potřeba provést žádný výpočet.

4.6 Úloha 6 | Navigování

Úloha ilustruje uvažování v geometrickém kontextu a možnosti, které poskytuje počítačové testování matematické gramotnosti.

Úvod

PISA

Navigování
Úvod

Přečti si úvodní pokyny. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Nejkratší vzdálenost mezi dvěma body je délka úsečky, která je spojuje. Ve městě se však nelze obvykle pohybovat po přímce. Podívej se na mapu níže. Šedé čáry představují silnice a modré čtverce budovy.

V úloze prozkoumáš různé strategie pro plánování trasy z jednoho bodu do druhého v tomto městě.

A **B**

Navigování
 Úvod – pokračování

Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa
Bobova trasa
Katčina trasa

Navigování

Úvod – pokračování

Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šipku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa
Bobova trasa
Katčina trasa

PISA

NAVIGOVÁNÍ
Úvod – pokračování

Přečti si úvodní pokyny a vyber různé záložky, abys viděl/a různé trasy. Potom klikni na šípku DALŠÍ.

NAVIGOVÁNÍ

Anna, Bob a Katka mají odlišné představy o tom, jak určit nejkratší trasu z místa A do místa B.

- Anna se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává pod červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (zelená čára).
- Bob se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a snaží se co nejčastěji překročit červenou úsečku spojující body A a B (oranžová čára).
- Katka se vždy pohybuje směrem doprava nebo nahoru a zůstává nad červenou úsečkou spojující body A a B, ale co nejbliže k ní (fialová čára).

Annina trasa Bobova trasa Katčina trasa

První obrazovka úvodu seznamuje žáky s kontextem úlohy a jejím záměrem. Druhá obrazovka úvodu obsahuje tři záložky, mezi kterými mohou žáci přepínat. Na každé z nich je představena jedna ze tří popsanych tras z místa A do místa B (viz tři obrázky výše).

Otázka 1

PISA

NAVIGOVÁNÍ
Otázka 1/2

Pomocí myši přesuň bod A na různé kroužkem označené křižovatky – pro každou polohu bodu A se na plánku znázorní trasa pro jednotlivé strategie, jak se dostat z bodu A do bodu B. Odpovídající vzdálenosti se zapíše do tabulky.

Zjistiš, že bez ohledu na počáteční polohu jsou Annina trasa, Bobova trasa a Katčina trasa všechny stejně dlouhé pro každou cestu z bodu A do bodu B.

Vysvětli, proč všechny tři strategie vytvoří trasy, které jsou stejně dlouhé.

Poloha bodu A	Vzdálenost z bodu A do bodu B (v jednotkách)		
	Annina trasa	Bobova trasa	Katčina trasa
1			
2			
3			
4			

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Odpovídající vysvětlení.

Komentář

Při studiu tras v úvodu by si žáci měli uvědomit, že jsou všechny stejně dlouhé. V otázce 1 jsou vyznačeny čtyři různé polohy bodu A. Po přesunutí bodu A do libovolné z těchto poloh se znázorní všechny tři trasy popsané v úvodu a do tabulky se doplní jejich délky. Žáci mají za úkol vysvětlit, proč jsou vždy pro danou polohu všechny tři trasy stejně dlouhé. Plánek města představuje čtvercovou síť, body A, B leží v průsečících čar sítě a všichni se pohybují po čarách sítě vpravo a nahoru (pouze ve směru k bodu B). Délka nejkratší trasy je rovna součtu vodorovných a svislých jednotek, což odpovídá součtu délek odvěsen pravoúhlého trojúhelníku s přeponou AB, kdy třetí vrchol leží v průsečíku vodorovné čáry mřížky procházející bodem A a svislé čáry mřížky procházející bodem B. Pokud se pohybujeme pouze dvěma navzájem kolmými směry orientovanými k bodu B, nezávisí délka trasy na zvolené strategii a je rovna délce nejkratší trasy. Tabulka s doplněnými vzdálenostmi:

Poloha bodu A	Vzdálenost z bodu A do bodu B (v jednotkách)		
	Annina trasa	Bobova trasa	Katčina trasa
1	7	7	7
2	5	5	5
3	4	4	4
4	3	3	3

Otázka 2

NAVIGOVÁNÍ
Otázka 2/2

Do mapy byly přidány tři úhlopříčné ulice.
Nejkratší cesta z bodu C do bodu B měří bez použití úhlopříčných ulic 7 jednotek.

U každého tvrzení označ buď „Pravda“, nebo „Nepravda“, a svůj výběr zdůvodni.

- Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 1 a je kratší než 7 jednotek.
☐ Pravda
☐ Nepravda
- Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 2 a je kratší než 7 jednotek.
☐ Pravda
☐ Nepravda
- Existuje cesta z bodu C do bodu B, která vede po úhlopříčce 3 a je kratší než 7 jednotek.
☐ Pravda
☐ Nepravda

NAVIGOVÁNÍ

Do mapy byly přidány tři úhlopříčné ulice.

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď: Označeny všechny tři odpovědi v pořadí „Nepravda“, „Nepravda“, „Pravda“ a vždy je uvedeno odpovídající zdůvodnění.

Komentář

V otázce 2 jsou přidány do plánu města úhlopříčné ulice, žáci mají vyhodnotit pravdivost tří tvrzení o délce tras mezi místy C, B a své výběry zdůvodnit.

První tvrzení je nepravdivé. Úhlopříčka 1 je orientovaná proti směru pohybu k místu B. Nejkratší trasa měří 7 jednotek plus délka úhlopříčky.

Druhé tvrzení je nepravdivé. Úhlopříčka 2 je sice orientovaná ve směru pohybu k místu B, ale leží mimo obdélník s úhlopříčkou CB, který určuje nejkratší délku trasy. Je proto potřeba ujít jednu jednotku mimo tento obdélník. Nejkratší trasa měří 7 jednotek plus délka úhlopříčky.

Třetí tvrzení je pravdivé. Úhlopříčka 3 je orientovaná ve směru pohybu k místu B a leží uvnitř obdélníka s úhlopříčkou CB. Nejkratší trasa (z bodu C jednu jednotku směrem nahoru, po úhlopříčce 3 a čtyři jednotky vpravo do bodu B) měří 5 jednotek plus délka úhlopříčky. Úhlopříčka 3 nahrazuje dva úseky o délce jedné jednotky. Z trojúhelníkové nerovnosti plyne, že délka přepony je kratší než součet dvou odvěsen daného pravoúhlého trojúhelníku.

5

České úlohy navržené pro PISA 2022

5 ČESKÉ ÚLOHY NAVRŽENÉ PRO PISA 2022

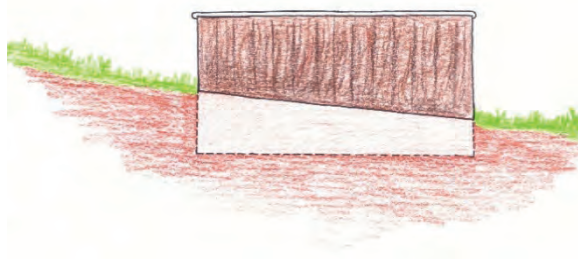
Úlohy představené v této části publikace byly vyvinuty českým expertním týmem v rámci příprav testových materiálů pro PISA 2022 koordinovaných mezinárodním konsorciem. Vývoj úloh probíhal v souladu s metodickými a kvalitativními požadavky konsorcia a jsou v souladu s koncepčním rámcem šetření. Přestože tyto úlohy nebyly zařazeny do samotného testování, je možné je využít jako didaktickou inspiraci do výuky matematiky či finanční gramotnosti.

5.1 Úloha 1 | Bazén

Otázka 1

BAZÉN

Pan Vodička se rozhodl, že si postaví na zahradě bazén. Bazén bude částečně zapuštěn do země (viz obrázek vpravo). Pan Vodička si objednal malý bagr, aby mohl vykopat jámu.



Bazén pana Vodičky má průměr 4,6 m a hloubku 120 cm. Třetina objemu bazénu bude zapuštěna do země.

Bagr vykope v průměru $1,5 \text{ m}^3$ zeminy za hodinu. Cena pronájmu bagru (včetně obsluhy) je 850 zedů za každou započatou hodinu.

Pan Vodička bude za výkopové práce platit pouze bankovkami v hodnotě tisíc zedů.

Kolik bankovek bude potřebovat?

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 5 bankovek

Komentář

První otázka byla označena za relativně jednoduchou úlohu, ale pro její zodpovězení musí žáci vykonat řadu početních kroků: vypočítat jednu třetinu objemu bazénu, stanovit čas potřebný na vykopání jámy bagrem, určit cenu za pronájem bagru a zjistit počet bankovek.

Objem vykopané zeminy (jedna třetina objemu bazénu) je přibližně $6,64 \text{ m}^3$. Na její vykopání bagr potřebuje zhruba 4,4 hodiny, takže pan Vodička bude hradit pronájem na 5 hodin. Náklady na výkop ho vyjdou na 4 250 zedů, na jejich uhrazení použije 5 bankovek s hodnotou 1 000 zedů.

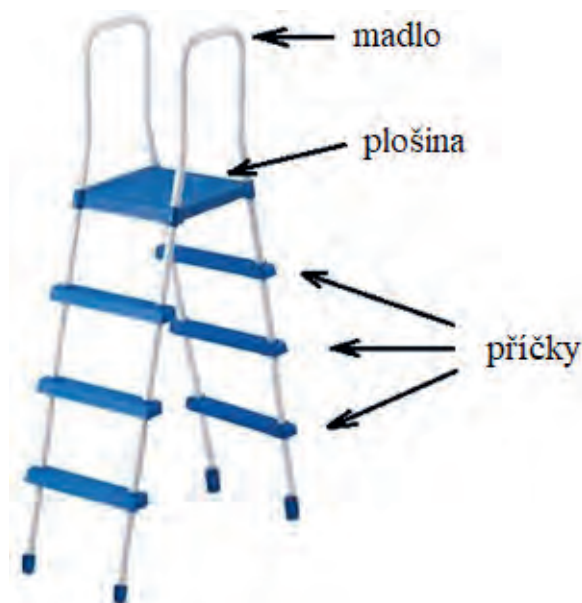
Otázka 2

Pro snazší přístup do bazénu si pan Vodička objednal oboustranné schůdky (viz ilustrační obrázek vpravo). V jejich horní části se nacházejí madla a čtvercová plošina.

Plošina má hranu dlouhou 46 cm a je umístěna 1,24 m nad zemí. Vzdálenost mezi stranami schůdků u země je 92 cm. První příčka je umístěna 28 cm od dolního konce schůdků a každá následující příčka je vzdálena 24,5 cm od té předchozí.

Kolik příček je na každé straně schůdků?
(Neuvažujte výšku příček ani plošiny.)

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6



Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B (4 příčky)

Komentář

Také ve druhé otázce se jedná o relativně jednoduchou úlohu, při jejímž řešení žáci použijí Pythagorovu větu. Potřebují vypočítat délku jedné strany schůdků od země ke čtvercové plošině a určit počet příček umístěných v této vzdálenosti. Schůdky jsou souměrné.

Délka strany od země k plošině je přibližně 126,1 cm. Tato vzdálenost je příčkami rozdělena na spodní úsek od země dlouhý 28 cm a na další 4 shodné úseky (24,5 cm), na jedné straně schůdků jsou tedy 4 příčky.

Otázka 3

Zakoupené bazénové schůdky mají obě strany stejně dlouhé. Pokud je však bazén zapaštěn do země, je nutné jednu stranu schůdků zkrátit.

Čtvercová plošina schůdků má hranu dlouhou 46 cm a je umístěna 1,24 m nad zemí. Vzdálenost mezi stranami schůdků u země je 92 cm.

O kolik centimetrů by měl pan Vodička zkrátit jednu stranu schůdků, aby je mohl umístit do bazénu tak, jak je znázorněno na obrázku?

(Výsledek zaokrouhlete na celé centimetry.)



Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Střední

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 60 cm

Komentář

Ve třetí otázce jsou znovu uvedeny rozměry schůdků, pro případ, že by ji žáci řešili samostatně. Mohou však navázat na předešlou otázku, kde počítali délku strany schůdků od země k plošině. Pro určení délky odříznuté části jedné strany schůdků využijí podobnost pravoúhlých trojúhelníků. Původní délka 126,1 cm strany od země k plošině by se měla zkrátit o 60 cm.

Otázka 4

Vnitřní stěna bazénu je pokryta speciální fólií. Po její instalaci je nutné bazén rychle naplnit vodou, aby nedošlo k poškození fólie slunečním zářením. Bazén je hluboký 120 cm a má průměr 4,6 m. Bude naplněn 15 cm pod horní okraj. Po instalaci vnitřní fólie je nutné bazén naplnit vodou nejpozději za 5,5 hodiny.

Pan Vodička má tři možnosti, jak bazén napustit:

1. Použije zahradní hadici – tímto způsobem přiteče do bazénu 1 m^3 vody za hodinu.
2. Objedná si cisternový vůz s vodou. Jedna cisterna má objem 13 m^3 a její vyprázdnění trvá půl hodiny. Cena za přepravu jedné cisterny je 2 400 zedů (paušální částka bez ceny vody).
3. Použije kombinaci zahradní hadice a cisternového vozu.

Ve všech třech případech je cena vody 85 zedů za 1 m^3 . Pan Vodička se rozhodl zvolit nejlevnější možnost. Kterou možnost si za daných podmínek vybere?

Kolik zedů zaplatí pan Vodička za naplnění svého bazénu?

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Střední

 Vyhodnocení otázky
Úplná odpověď

Kód 2: Vybrána možnost 3 a uvedena cena z daného intervalu (3 748 až 3 884 zedů).

Částečná odpověď

Kód 1: Vybrána možnost 3 a cena neuvedena; nebo vybrána možnost 3 a uvedena cena mimo daný interval; nebo uvedena cena z daného intervalu bez výběru.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Všechny ostatní odpovědi.

 Komentář

Pro správné zodpovězení otázky je potřeba určit objem vody napuštěné do bazénu, brát v úvahu časový limit 5,5 hodiny, vypočítat náklady spojené s napuštěním bazénu a zvolit nejlevnější variantu.

Do bazénu bude napuštěno $3,14 \times 2,3^2 \times 1,05 = 17,44 \text{ m}^3$ vody, její cena je 1 482 zedů (záleží na hodnotě zvolené pro objem). Pomocí zahradní hadice nelze uvedený objem vody napustit v limitu 5,5 hodiny. Při použití pouze cisterny je potřeba objednat dvě cisterny a náklady na napuštění bazénu by tak činily 6 282 zedů. Při použití cisterny v kombinaci se zahradní hadicí jsou náklady 3 882 zedů a čas potřebný pro napuštění nepřesáhne 5 hodin.

5.2 Úloha 2 | ZaquaPark

Otázka 1

ZAQUAPARK

Máme otevřeno od 1. května do 30. září.

Otevírací doba: 8:00–20:00

Každé **úterý** zavřeno
(sanitární den)

Vstupné:

Dospělí	17 zedů
Starší děti (4–15 let)	10 zedů
Senioři 60+	4 zedy
Mladší děti (0–3 roky)	ZDARMA




Pavel (7 let) se svou matkou a sestrami Anetou (2 roky) a Emmou (13 let) jezdili o prázdninách pravidelně po celý týden do ZaquaParku.

Kolik zedů celkem zaplatili za vstupné za týden?

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 203,5 zedu

Komentář

Všechny informace potřebné pro řešení první otázky jsou uvedeny na obrázku v úvodu, který tvoří stimul celé úlohy. Žáci mají vypočítat celkovou cenu, kterou zaplatí rodina za jeden týden za pravidelnou návštěvu ZaquaParku, tento úkol by jim neměl činit větší potíže. Při řešení je potřeba zohlednit věk dětí a skutečnosti, že v úterý je zavřeno a v pondělí se platí poloviční vstupné.

Za jeden den v ZaquaParku zaplatí rodina za vstupné 37 zedů ($17 + 2 \times 10 + 0$). Během týdne v něm stráví šest dní, ale jeden den se platí poloviční vstupné. Celková výše vstupného za týden tak činí $5,5 \times 37 = 203,5$ zedu.

Otázka 2

Pavel se svou matkou a sestrami přijížděli do ZaquaParku pokaždé v 9:15 a zůstali tam až do konce otevírací doby.

Kolik času během celého týdne strávili v ZaquaParku?

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Osobní
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 64,5 hodiny nebo 64 hodin a 30 minut

Komentář

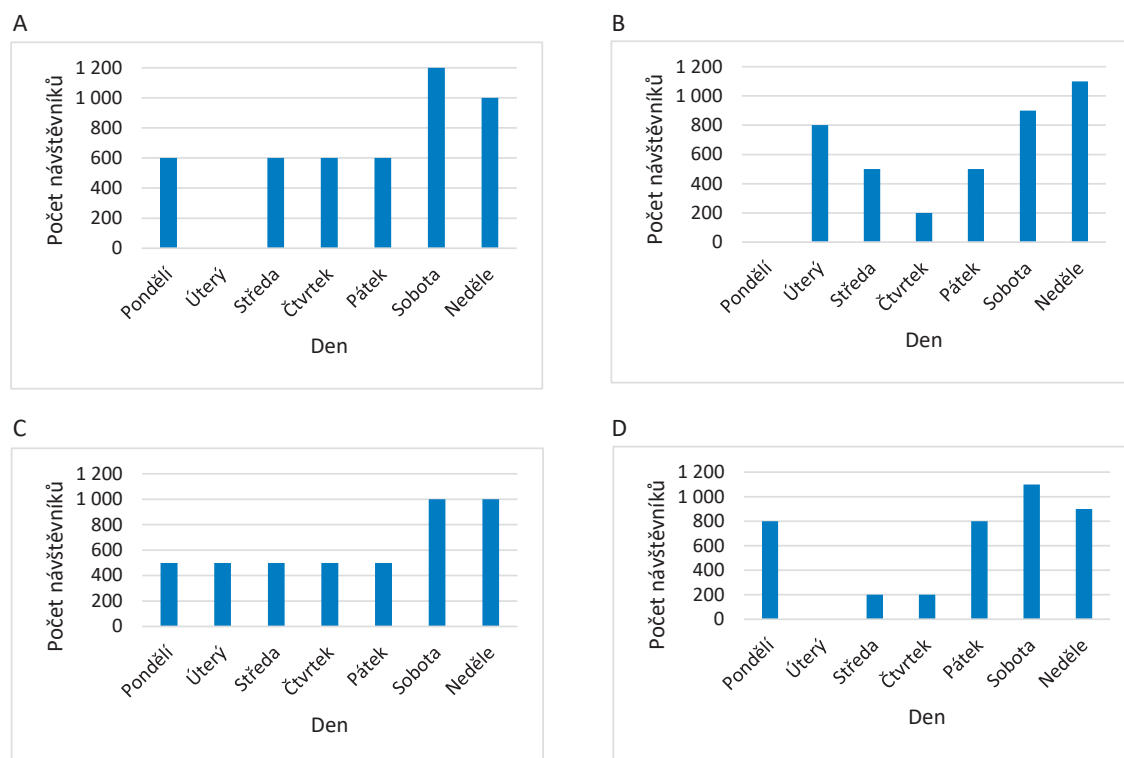
Také druhá otázka na výpočet času stráveného v ZaquaParku je jednoduchá a žákům by neměla činit větší problémy. Doplňující informace o otevírací době je uvedena na obrázku v úvodu.

Čas strávený v ZaquaParku za jeden den (od 9:15 do 20:00) činí 10 hodin a 45 minut. Za celý týden (šest dní) je doba pobytu rovna hodnotě 64,5 hodiny.

Otázka 3

ZaquaPark pravidelně sleduje statistiku návštěvnosti a každý týden vytváří sloupkový diagram. Ředitel si všiml, že průměrná denní návštěvnost o víkendu je dvakrát vyšší ve srovnání s průměrnou denní návštěvností v pracovní dny.

Který ze sloupkových diagramů může znázorňovat týdenní návštěvnost ZaquaParku?



Tematický okruh	Neurčitost a data
Kontext	Profesní
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: D

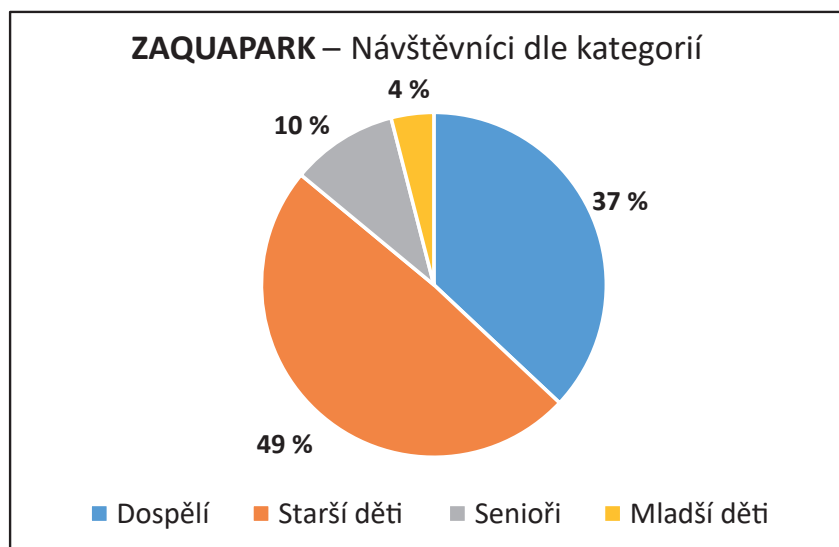
Komentář

Třetí otázka zaměřená na práci s daty a porozumění pojmu aritmetický průměr by patnáctiletým žákům neměla rovněž činit větší potíže. Jejich úkolem je identifikovat sloupkový diagram, který odpovídá zadání otázky a zohledňuje skutečnost uvedenou na obrázku v úvodu, že závěrečným dnem je úterý.

Všechny podmínky splňuje sloupkový diagram D.

Otázka 4

ZaquaPark chce koupit **dva** nové tobogány. Použije čistý zisk za **celou sezónu**, která probíhala od 1. května do 30. září. Průměrná měsíční návštěvnost byla 17 500 návštěvníků.



Dostupné tobogány:



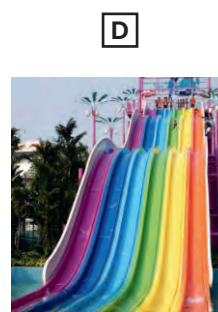
34 990 zedů



109 999 zedů



140 000 zedů



220 000 zedů

Na základě kruhového diagramu zadej do kalkulačky počet návštěvníků podle kategorií. Kalkulačka vypočítá **čistý zisk** ZaquaParku.

KALKULAČKA		
	Počet návštěvníků	Vstupné (zedy)
Dospělí		0
Starší děti		0
Senioři		0
Mladší děti		0
Celkem	0	0

Finanční položky	zedy
Příjem – vstupné	0
Příjem – doplňkové služby	0
Výdaje	0
Čistý zisk	0

Které dva tobogány si může ZaquaPark koupit z čistého zisku za **celou sezónu**?

(Označ **všechny** vyhovující možnosti.)

☐ A + B
 ☐ A + C
 ☐ A + D
 ☐ B + C
 ☐ B + D
 ☐ C + D

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Profesní
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Střední

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: Označeny tři možnosti A + B, A + C a B + C, žádná další neoznačena.

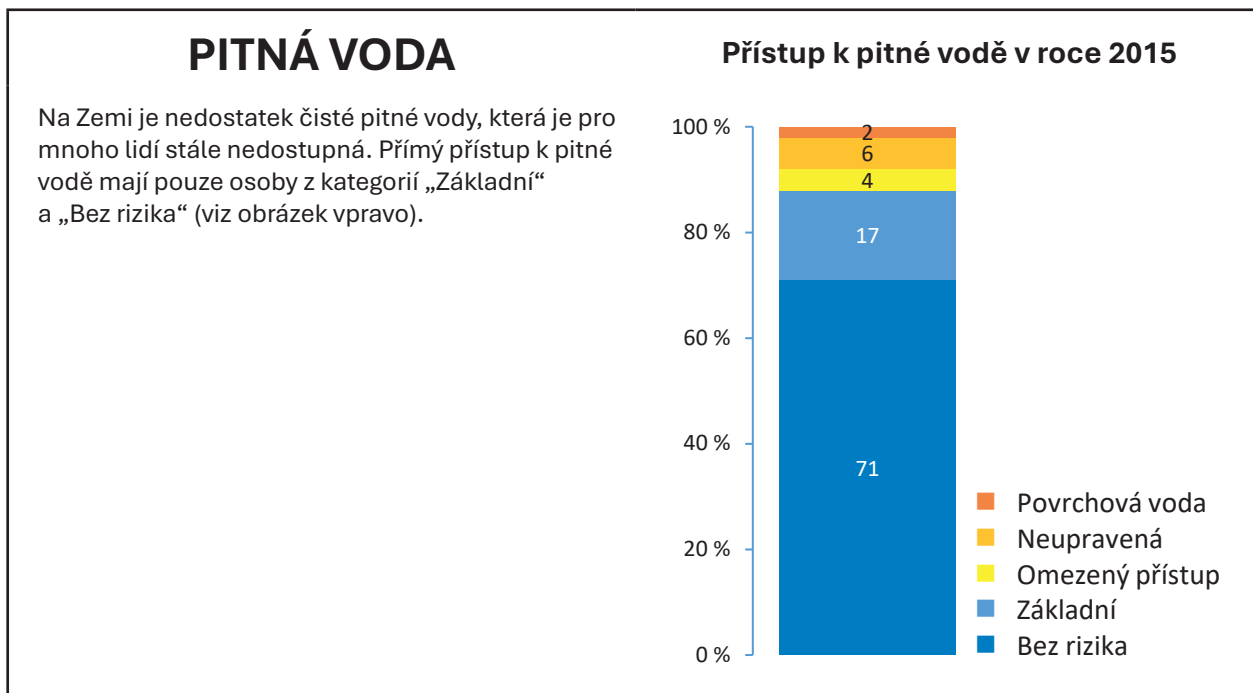
Komentář

Poslední otázka je interaktivní, žáci mají k dispozici kalkulačku, do které vloží počty dospělých, starších dětí, seniorů a mladších dětí za celou sezónu. Automaticky se vypočítá čistý zisk za celou sezónu, podle kterého žáci rozhodnou, jaké dva tobogány si může ZaquaPark pořídít. Jedná se o středně obtížnou úlohu.

Sezóna trvala pět měsíců a celkový počet návštěvníků byl 87 500. Podle údajů z kruhového diagramu bylo jejich složení následující: dospělí 32 375, starší děti 42 875, senioři 8 750 a mladší děti 3 500. Kalkulačka stanoví čistý zisk na 251 373 zedů, kterému vyhovují tři různé dvojice tobogánů A + B, A + C, B + C.

5.3 Úloha 3 | Pitná voda

Otázka 1



V roce 2015 žilo na Zemi přibližně 7 miliard lidí. Kolik z nich nemělo přímý přístup k pitné vodě? (Odpověď uveď v milionech.)

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Společenský
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Nízká

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 840 (milionů), lze uznat také 840 000 000

Komentář

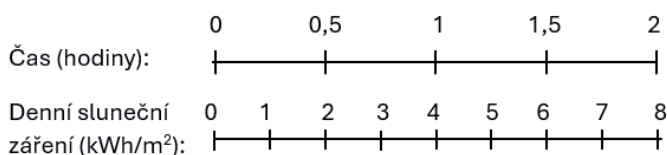
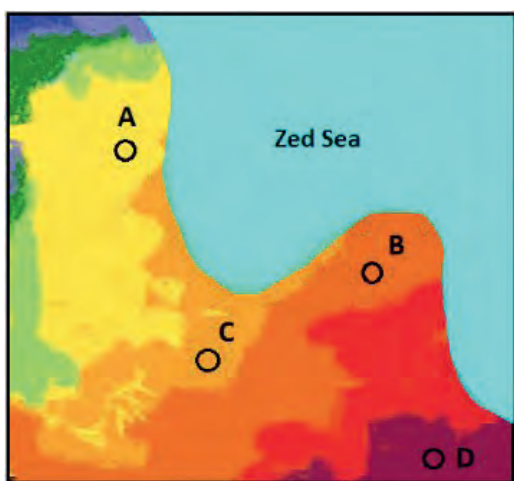
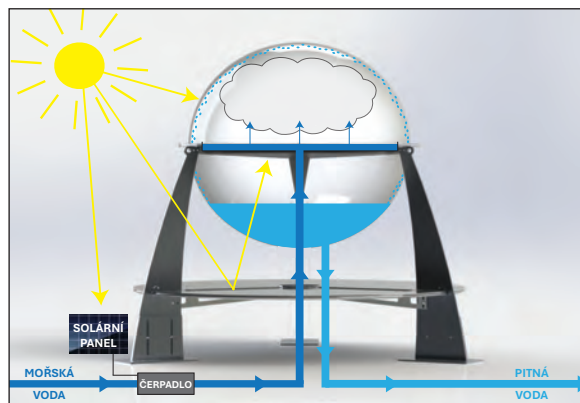
Jedná se o jednoduchou úlohu, která by neměla žákům činit potíže. Jejich úkolem je pomocí údajů ze zadání a ze sloupčového diagramu určit hodnotu 12 % z počtu obyvatel Země (7 miliard).

Otázka 2

Helio je modul ve tvaru koule, který autonomně vyrábí pitnou vodu (např. z mořské vody) a pracuje pouze se solární energií. Množství vyprodukované vody závisí na čase a slunečním záření.

Lucy žije v jednom z měst na Zedlandu (označených písmeny A, B, C, D na mapě). Říká, že její rodina si koupila jeden modul Helio a ten vyprodukoval 2 920 litrů pitné vody za rok. Helio modul pracoval průměrně 8 hodin denně.

Ve kterém městě Lucy bydlí?



Čas (hodiny)	Denní sluneční záření (kWh/m²)	Množství pitné vody (litry)

★ Vyber v tabulce řádek/řádky dat podporující tvou odpověď.

Dlouhodobý průměr denního slunečního záření (kWh/m²): 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Potřebná data získáš spuštěním simulace po zadání vstupních informací. Na mapě vyber jedno město a poté v tabulce označ řádek/řádky dat podporující tvou odpověď.

Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Osobní
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Střední

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B a označen řádek (řádky) s denním slunečním zářením 6 kWh/m².

Komentář

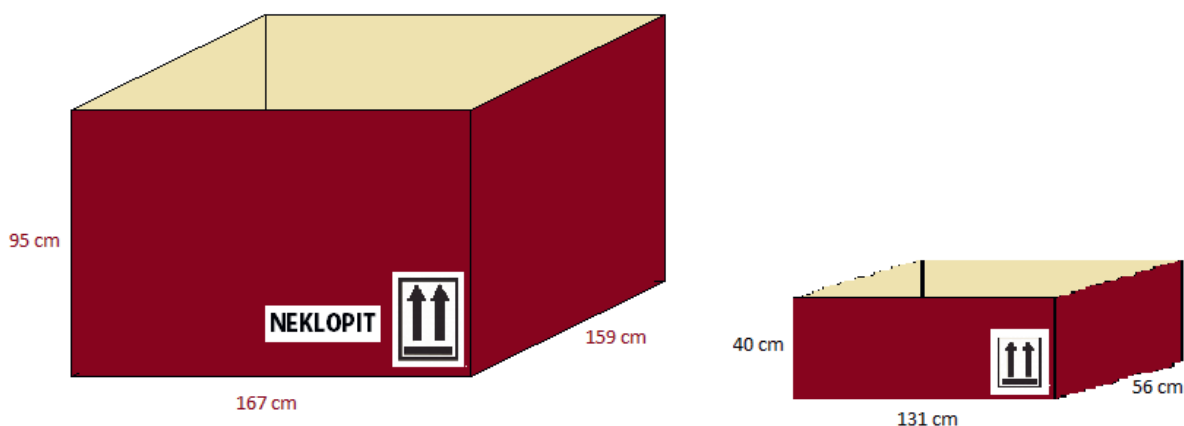
Druhá otázka je středně obtížná. Žáci v ní používají simulaci, která po zadání času a hodnoty slunečního záření vypočte množství vyprodukované pitné vody. Čas, po kterou modul Helio pracuje, lze volit v rozsahu 0 až 2 hodiny (po

půlhodinách) a sluneční záření na škále 0 až 8 (po jednotkách). Množství vyrobené pitné vody by mělo být ekvivalentní s objemem 2920 l za rok.

Za jeden den vyrobí modul 8 l pitné vody ($2920 : 365 = 8$), tedy 1 l za 1 hodinu. Postupným nastavováním vstupních hodnot žáci zjistí, že požadované sluneční záření je 6 kWh/m², což barevně odpovídá oblasti, ve které leží město B.

Otázka 3

Městský úřad se rozhodl vyřešit problémy s pitnou vodou ve svém městě výstavbou farmy Helio (farma se skládá z mnoha modulů). Jeden modul Helio je zabalen ve dvou krabicích (viz obrázek).



K dispozici jsou dva typy kamionové dopravy:

	Úložný prostor			
	Délka	Šířka	Výška	Objem
Kamion s návěsem I	7,7 m + 7,7 m	2,48 m	3,0 m	115 m ³
Kamion s návěsem II	7,3 m + 8,2 m	2,48 m	3,0 m	115 m ³

Do kterého typu kamionu se vejde více modulů Helio?

Vyber jednu z možností:

- Kamion s návěsem I
- Kamion s návěsem II
- Oba typy jsou stejně výhodné.

Vysvětli svou odpověď.

Tematický okruh	Prostor a tvar
Kontext	Společenský
Postup	Interpretování, aplikování a hodnocení matematických výsledků
Obtížnost	Střední

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 2: Vybrán kamion s návěsem II a správné vysvětlení.

Částečná odpověď

Kód 1: Vybrán kamion s návěsem II, ale nesprávné zdůvodnění (např. chyba ve výpočtu); nebo vybrán kamion s návěsem II, ale zdůvodnění neuvedeno.

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Všechny ostatní odpovědi.

Komentář

Třetí otázka je středně obtížná. Žáci v ní rozhodují, do kterého typu kamionové dopravy se vejde více balení modulů Helio. Potřebné informace jsou uvedeny v obrázku a v tabulce. Svůj výběr musí žáci zdůvodnit.

Úložné prostory u obou typů kamionů mají přibližně stejný objem, stejnou šířku a výšku, liší se tedy pouze svou délkou. Stačí proto porovnat uspořádání krabic v jednom směru. Do prostorů o délce 7,7 m i 7,3 m lze v jedné vrstvě umístit čtyři balení, zatímco do prostoru dlouhého 8,2 m se vejde pět ($8,2 : 1,59 = 5,16$) balení modulu Helio. Na výšku lze do všech přepravních prostorů umístit tři vrstvy. Výběr kamionu II mohou žáci zdůvodnit tím, že se do něj vejde 27 modulů, ale do kamionu I jen 24 modulů; nebo se do něj vejde o tři moduly více.

Otázka 4

Městský úřad se rozhodl vyřešit problémy s pitnou vodou ve svém městě výstavbou farmy Helio (farma se skládá z mnoha modulů).

Návratnost investice do farmy Helio s roční produkcí 29 200 hl pitné vody a pevnou cenou pro občany 0,08 zedů za jeden litr je vypočítána na 15 let. Městský úřad si na celou investici vezme půjčku od banky. Bance celkem zaplatí částku o 4,5 % vyšší, než byla půjčka, a bude ji splácet v pravidelných měsíčních splátkách po dobu 20 let.

Jaká je jedna měsíční splátka (v zedech), kterou je třeba platit bance?



Tematický okruh	Kvantita
Kontext	Společenský
Postup	Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování
Obtížnost	Střední

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: 15 257 zedů



Komentář

Také poslední otázka je středně obtížná a žáci v ní mají určit výši měsíční splátky na uhrazení půjčky. Všechny informace jsou uvedeny v zadání otázky.

Nejdříve si žáci určí výši investice, která se rovná příjmům za vyrobenou pitnou vodu za dobu 15 let ($2\,920\,000 \times 0,08 \times 15 = 3\,504\,000$ zedů). Dlužná částka je vyšší o 4,5 % ($3\,504\,000 \times 1,045 = 3\,661\,680$ zedů) a obec ji bude splácet v měsíčních splátkách po dobu 20 let. Jedna měsíční splátka je 15 257 zedů ($3\,661\,680 : 20 : 12 = 15\,257$).



Příloha

PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně

PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně – matematická gramotnost

Úroveň 1c (od 233 bodů)

Na úrovni 1c dokážou žáci odpovědět na otázky vycházející ze snadno pochopitelných kontextů, pokud jsou všechny důležité informace uvedeny přímo a v jednoduché podobě (např. malá tabulka nebo obrázek) a jsou zřetelně vymezeny velmi krátkým a syntakticky jednoduchým textem. Dokážou postupovat podle jednoznačného pokynu popisujícího jeden krok nebo operaci.

Úroveň 1 b (od 295 bodů)

Na úrovni 1 b dokážou žáci odpovědět na otázky vycházející ze snadno pochopitelných kontextů, pokud jsou všechny potřebné informace jasně uvedeny, a to formou jednoduchého znázornění (tj. tabulkou nebo graficky). V případě potřeby žáci rozpoznají, že je některá informace nadbytečná a že ji lze s ohledem na položenou otázku ignorovat. Dokážou provádět jednoduché výpočty s celými čísly na základě srozumitelně formulovaných pokynů vyjádřených krátkým syntakticky jednoduchým textem.

Úroveň 1a (od 358 bodů)

Na úrovni 1a jsou žáci schopni zodpovědět otázky týkající se jednoduchých kontextů, pokud zadání obsahuje všechny potřebné informace a otázky jsou jasně formulovány. Informace mohou být prezentovány různou formou pomocí jednoduchých formátů a po žácích může být k získání potřebných informací požadováno pracovat současně se dvěma zdroji. Jsou schopni na základě přímých pokynů a v konkrétních situacích provádět jednoduché rutinní postupy, které pro vyřešení problému mohou někdy vyžadovat několikeré opakování rutinního postupu. Žáci dokážou realizovat kroky, které jsou přímočaré nebo vyžadují jen minimální propojování informací, ale ve všech případech přímo vycházejí z daného zadání. Žáci na této úrovni dokážou použít základní algoritmy, vzorce, postupy nebo pravidla k vyřešení problémů týkajících se nejčastěji oboru celých čísel.

Úroveň 2 (od 420 bodů)

Na úrovni 2 umí žáci rozpoznat situace, ve kterých potřebují navrhnout jednoduché strategie řešení problémů, včetně provádění jednoduchých přímočaře probíhajících simulací obsahujících jednu proměnnou jako součást jejich strategie řešení. Dokážou získat relevantní informace z jednoho nebo více zdrojů, které používají částečně složitější způsoby znázornění, jako jsou dvousměrné tabulky, diagramy/grafy nebo znázornění trojrozměrných objektů v rovině. Žáci na této úrovni prokazují základní porozumění funkčním vztahům, dokážou vyřešit problémy zahrnující jednoduché poměry a jsou schopni doslovně interpretovat výsledky.

Úroveň 3 (od 482 bodů)

Na úrovni 3 jsou žáci schopni navrhnout strategie řešení, a to včetně takových, která vyžadují sekvenční uvažování nebo flexibilitu v procesu porozumění u známých pojmů. Žáci začínají používat schopnosti informatického myšlení při vytváření jejich strategie řešení. Dokážou řešit úlohy vyžadující provedení několika různých, ale rutinních výpočtů, které nejsou zcela zřetelně uvedeny v zadání problému. Umí použít prostorovou představivost jako součást strategie řešení nebo určit, jak využít simulaci ke shromáždění informací. Žáci jsou schopni interpretovat a používat znázornění založené na různých zdrojích informací a přímo z nich vyvozovat závěry včetně podmíněného uvažování vycházejícího z dvousměrné tabulky. Běžně vykazují určité schopnosti zacházení s procenty, zlomky a desetinnými čísly a používání úměrnosti.

Úroveň 4 (od 545 bodů)

Na úrovni 4 dokážou žáci účelně pracovat s jasně vyjádřenými modely v konkrétních složitých situacích, které někdy obsahují dvě proměnné; dále prokazují schopnost pracovat s blíže neurčenými modely, které si s využitím pokročilejšího přístupu svého informatického myšlení odvodí. Žáci začínají zapojovat aspekty kritického myšlení, jako je zhodnocení smysluplnosti výsledku prostřednictvím svého kvalitativního posouzení, pokud z daných informací nelze provádět výpočty. Dokážou vybrat a propojit různé formy znázornění informací včetně symboliky nebo grafiky a přímo je propojit s aspekty situací reálného světa. Na této úrovni žáci také dokážou sestavit a sdělit vysvětlení a argumentovat na základě svých interpretací, úvah a postupů.

Úroveň 5 (od 607 bodů)

Na úrovni 5 jsou žáci schopni vytvořit modely a dále s nimi pracovat ve složitých situacích, identifikovat nebo stanovit omezení a specifikovat předpoklady. Dokážou aplikovat systematické dobře navržené strategie řešení problémů při řešení náročnějších úloh, jako je rozhodnutí o způsobu provedení experimentu, navrhnout optimální postup nebo pracovat se složitějšími vizualizacemi, které nejsou v úloze zadány. Žáci prokazují zvýšené schopnosti řešit problémy, jejichž řešení často vyžaduje začlenění matematických znalostí, které nejsou v úloze výslovně uvedeny. Žáci na této úrovni o své práci uvažují a přemýšlejí o matematických výsledcích ve vztahu k danému kontextu reálného světa.

Úroveň 6 (od 669 bodů)

Na úrovni 6 dokážou žáci řešit abstraktní problémy a při hledání řešení prokazují kreativitu a flexibilní myšlení. Umí například rozpoznat, kdy lze postup, který není v úloze specifikován, použít v nestandardním kontextu nebo kdy je prokázání hlubšího porozumění matematickému konceptu nezbytnou součástí zdůvodnění. Dokážou propojit odlišné zdroje informací a jejich zobrazení včetně efektivního využití simulací nebo tabulkových kalkulátorů jako součástí svého řešení. Žáci na této úrovni jsou schopni kriticky myslet a ovládají symbolické a formální matematické operace a vztahy, které používají při srozumitelném formulování svých úvah. Dokážou se zamýšlet nad vhodností svých kroků s ohledem na své řešení a původní situaci.

FINANČNÍ GRAMOTNOST

1

Úvod

1 ÚVOD

Největší projekt v oblasti vzdělávacího výzkumu **PISA** (Program For International Student Assessment) sleduje úroveň matematické, čtenářské a přírodovědné gramotnosti patnáctiletých žáků. Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD) koordinuje toto šetření od roku 2000 v pravidelných tříletých cyklech. Od roku 2012 je součástí šetření mimo jiné volitelný modul pro zjišťování znalostí a dovedností žáků v oblasti finanční gramotnosti. Česká republika se do testování PISA zapojuje od jeho počátku. Do šetření finanční gramotnosti se zapojila poprvé v roce 2012 a opětovně pak po deseti letech v roce 2022.

V každém cyklu šetření zveřejňuje OECD ukázkou testových úloh, které žáci řešili, čímž umožňuje širší veřejnosti seznámit se se specifickými rysy tohoto šetření. Cílem této části publikace je **představit soubor úloh z finanční gramotnosti, které byly mezinárodním konsorciem uvolněny v letech 2022 a 2018**. S ohledem na stanovený **věk cílové populace šetření 15 let** byly úlohy zadávány zpravidla žákům navštěvujícím 9. ročník základní školy, 1. ročník střední školy a odpovídající ročníky víceletého gymnázia. Zveřejněné úlohy tak mohou sloužit jako **zdroj didaktické inspirace pro rozvoj finanční gramotnosti** vyučujícím na druhém stupni základní školy, na škole střední či na víceletém gymnáziu. Mohou být využity jako nástroj pro ověřování již osvojených dovedností, případně jako výukový materiál pro seznámení žáků s vybranými tématy. Svým zaměřením na řešení problémů, s nimiž se žáci mohou setkat v každodenním životě, mohou úlohy nabídnout nový pohled na **aplikaci finančních znalostí a dovedností v reálných situacích**.

1.1 Pojetí finanční gramotnosti v PISA 2022

Všechny úlohy v testu PISA vycházejí z [konceptního rámce šetření](#), který byl pro rok 2022 aktualizován a revidován tak, aby sledované kompetence a znalosti odpovídaly změnám ve společnosti a v oblastech finanční sféry, s nimiž přímo souvisejí nároky na finanční gramotnost žáků. Konceptní rámec hodnocení finanční gramotnosti v roce 2022 uspořádává celou oblast finanční gramotnosti podle jasně definovaných kategorií obsahu, podle kognitivních procesů a podle kontextů, které jsou relevantní pro patnáctileté žáky.



Obsahem rozumíme okruhy znalostí, které jsou pro finanční gramotnost nezbytné. Konceptní rámec definuje čtyři obsahové oblasti:

- Peníze a transakce
- Plánování a hospodaření s financemi
- Riziko a výnos
- Finanční prostředí

Kategorie **procesů** přímo souvisejí s kognitivními procesy, které jsou nezbytné pro rozpoznání a používání konkrétních finančních pojmů, k analyzování a posuzování finančních situací a k navrhování řešení finančních problémů. PISA sleduje následující čtyři procesy:

- Identifikace finančních informací
- Analyzování informací ve finančních souvislostech
- Vyhodnocování finančních záležitostí
- Uplatnění finančních znalostí a porozumění

Úlohy z finanční gramotnosti jsou rovněž zasazeny do relevantních **kontextů** blízkých patnáctiletým žákům. Jedná se o nejrůznější situace, v nichž žáci uplatňují svoje znalosti a dovednosti. Konceptní rámec definuje čtyři kontexty sahající postupně od individuální po globální úroveň:

- Vzdělávání a práce
- Domov a rodina
- Osobní sféra
- Společenská sféra

Pro každou uvolněnou úlohu v této publikaci uvádíme, který obsahový okruh, proces a kontext reprezentuje.

1.2 Jak pracovat s uvolněnými úlohami

- Specifickou vlastností testu PISA je seskupování jednotlivých otázek do větších celků, tzv. **úloh**, které spojuje vybrané společné téma reprezentované společným úvodním zadáním (tzv. **stimulem**).
- Protože se test PISA neomezuje pouze na **otázky s výběrem odpovědi** (které mohou být vyhodnocovány automaticky počítačem), je možné v této publikaci nalézt celou řadu otázek, v nichž žáci musí **sami formulovat svou odpověď**. Takové otázky jsou vždy doplněny o podrobné pokyny pro jejich správné vyhodnocení.
- Úlohy z PISA 2022 jsou k dispozici na [webových stránkách OECD](#). U těchto úloh v publikaci je vždy uveden odkaz, na němž lze zobrazit danou úlohu v českém jazyce.
- **Obtížnost úlohy**, resp. jednotlivých otázek v rámci úlohy, je vyjádřena prostřednictvím příslušné **dovednostní úrovně**, do níž otázka spadá. Koncepční rámec finanční gramotnosti definuje celkem pět dovednostních úrovní, přičemž s každou úrovní se pojí určitý detailně definovaný soubor znalostí a dovedností, a to od těch nejelementárnějších (první, nejnižší úroveň) až po nejkomplexnější (pátá, nejvyšší úroveň). Druhá dovednostní úroveň, která je považována za **základní**, zahrnuje soubor takových znalostí a dovedností, které jsou nezbytné pro plnohodnotné zapojení jedince do společnosti 21. století. Popis jednotlivých dovednostních úrovní uvádí [PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně finanční gramotnosti](#).
- Přílohou této publikace je **soubor všech uvolněných úloh** bez doplňujících informací a komentářů, který lze vytisknout a využít pro **přímé zadání žákům ve výuce**.



Uvolněné úlohy PISA 2022

2 UVOLNĚNÉ ÚLOHY PISA 2022

Z hlavního šetření PISA, které se uskutečnilo na jaře 2022, byly uvolněny dvě testové úlohy – Nové kolo a Online prodej. Pro každou úlohu, resp. dílčí otázku, uvádíme průměrné rozložení odpovědí českých žáků, jejich průměrnou úspěšnost a pro kontext také průměrnou úspěšnost žáků ze zemí OECD.

2.1 Úloha 1 | Nové kolo

[Online verze úlohy](#)



Otázka 1

PISA

Nové kolo
Otázka 1 / 2

Prostuduj si text „Nové kolo“ na pravé straně. Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností a svou odpověď zdůvodni.

Pavel si kupuje kolo.

Vezme si půjčku od finanční společnosti obchodu s koly.

Kolik Pavel pravděpodobně zaplatí?

☐ Méně než 600 zedů.
☐ Více než 600 zedů.
☐ Přesně 600 zedů.

Svou odpověď zdůvodni.

NOVÉ KOLO

Horské kolo
za 600 zedů v hotovosti!
Nemáte hotovost? Informujte se o skvělé finanční nabídce našeho obchodu.
Nabízíme nízké úroky!



Zaměření otázky	Vysvětlit, že půjčka zahrnuje placení úroků
Oblast	Peníze a transakce
Kontext	Osobní sféra
Proces	Identifikace finančních informací
Obtížnost	Úroveň 3 (úplná odpověď) a úroveň 2 (částečná odpověď)

 Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 2	
Žák vybere (nebo naznačí) B a vysvětlí, že je to proto, že bude platit úroky (nebo poplatky, náklady na zřízení atd.) z půjčky.	Žák vybere C a vysvětlí, že náklady na kolo sice jsou 600 zedů, ale uvede, že dál zaplatí další poplatky (úrok, další poplatky, náklady na zřízení atd.).
Například: B) Více než 600 zedů. Pavel zaplatí 600 plus úrok. [Není vybrána možnost.] Pavel zaplatí víc než 600 zedů, protože v oznámení je uvedeno, že jsou tam úroky. [B je jasně naznačeno.] C) Přesně 600 zedů. Zaplatí za samotné kolo 600 zedů, ale navíc bude muset platit úrok. [Vysvětlení objasňuje, proč bylo vybráno C, a také zmiňuje dodatečné poplatky.]	
ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ	
Kód 1: Žák vybere B bez vysvětlení nebo s nedostatečným vysvětlením.	
Například: B. Pavel zaplatí víc než 600 zedů. [Není uveden důvod.] B. Pavel získá výhodu ze skvělé finanční nabídky obchodu. [Opakuje informaci ze zadání bez prokázaného porozumění, co znamená.] B. Protože když si vezmeš půjčku, platíš víc. [Na hodnocení kódem 2 je to vysvětlení příliš nejasné. Dodatečné poplatky nejsou specifikovány.]	
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ	
Kód 0: Jiné odpovědi včetně takových, ve kterých žák vybere (nebo nepřímo naznačí) možnost A bez vysvětlení nebo s nedostatečným vysvětlením.	
C. 600 zedů za kolo a něco navíc. [Nesprávná možnost a vysvětlení je příliš nejasné. Dodatečné poplatky nejsou nijak specifikovány.]	
Kód 9: Nezodpovězeno.	

 Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	47,6	45,9	49,5

Poznámka: Tato otázka byla v průběhu mezinárodního šetření vyřazena, a proto není k dispozici mezinárodní srovnání. Uvedená čísla nejsou vážená, proto výsledky českých žáků nelze zobecnit na celou populaci.

Rozložení odpovědí českých žáků (2022)	Kód 2	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	47,6	25,8	13,7	12,9

Komentář

Cílem této otázky je, aby žák prokázal porozumění tomu, že peníze si lze půjčit, a současně pochopení, že půjčka s sebou nese dodatečné náklady, jako jsou např. poplatek za sjednání půjčky či úroky. Žák si uvědomuje, že náklady na pořízení kola budou vyšší, než kdyby za kolo zaplatil v hotovosti. Využívá přitom finanční informace uvedené ve stimulu úlohy. Úloha je zasazena do osobní sféry a týká se finančního rozhodnutí, které člověk přijímá výhradně pro svůj osobní přínos nebo uspokojení. Úplnou odpověď uvedlo 48 % českých žáků. 26 % žáků poskytlo částečnou odpověď, v níž chybělo vysvětlení nebo bylo uvedeno nedostatečné vysvětlení. O něco úspěšnější v řešení úlohy byli chlapci (úplnou odpověď uvedlo 50 % z nich) v porovnání s dívkami (46 %).

Otázka 2

PISA

Nové kolo
Otázka 2 / 2

*Prostuduj si text „Nové kolo“ na pravé straně.
Odpověz na otázku kliknutím na jednu z možností.*

V okolí, kde Pavel bydlí, už bylo ukradeno několik kol.

Který druh produktu Pavla finančně ochrání
v případě, že mu kolo ukradnou z jeho garáže?

☐ Pojištění domácnosti.
☐ Cestovní šeky.
☐ Státní dluhopisy.
☐ Hypotéka.

NOVÉ KOLO

Horské kolo

za 600 zedů v hotovosti!

Nemáte hotovost? Informujte se
o skvělé finanční nabídce
našeho obchodu.

Nabízíme nízké úroky!



Zaměření otázky	Porozumět pojmu a účelu pojistné smlouvy
Oblast	Riziko a výnos
Kontext	Domov a rodina
Proces	Identifikace finančních informací
Obtížnost	Úroveň 1

Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: A (Pojištění domácnosti)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	68,8	67,6	70,7
Průměr zemí OECD	56,5	55,9	57,1

Rozložení odpovědí českých žáků (2022)	A	B	C	D	Kód 9
Četnost (%)	68,8	6,7	3,4	8,2	12,9

Komentář

V této otázce má žák prokázat znalost pojmu pojištění a porozumění jeho účelu. Úloha pokrývá klíčovou oblast finanční gramotnosti „riziko a výnos“. Zaměřuje se na schopnost žáků identifikovat způsoby krytí rizik, s nimiž se mohou setkat v každodenním životě a které mohou mít negativní dopad na jejich osobní situaci. Otázka nevyžaduje zpracování komplexnějších finančních informací a svou obtížností spadá do nejnižší dovednostní úrovně. Úlohu správně vyřešilo 69 % českých žáků, což je významně více, než činil průměr zemí OECD (57 %).

2.2 Úloha 2 | Online prodej

[Online verze úlohy](#)



Otázka 1

PISA

Online prodej

Úvod

Přečti si úvod. Pak klikni na šipku DALŠÍ.

ONLINE PRODEJ

Zuzka prodává svou tenisovou raketu na jedné oblíbené webové stránce určené k prodeji použitého zboží, aby pomohla zaplatit náklady spojené se svým studiem na vysoké škole.

Na prodej od Zuzky

Tenisová raketa

Stav: Použitá/Jako nová

Cena: 150 zedů



PISA

Online prodej

Otázka 1 / 1

Prostuduj si text „Online prodej“ na pravé straně. Napiš svou odpověď na otázku.

Uveď jeden důvod, proč mohlo být správné finanční rozhodnutí, že Zuzka odmítla nabídku uživatele NinaB2.

ONLINE PRODEJ

Webová stránka, kde Zuzka prodává svou tenisovou raketu, poskytuje bezpečný elektronický platební systém pro převod peněz od kupujících k prodávajícím.

Nedávno vedla Zuzka v komunikačním systému webové stránky se zájemcem o koupi následující konverzaci.

NinaB2: Ahoj! Tvoje tenisová raketa vypadá moc pěkně, je to skvělý model.

ZUZKA: Díky :) Chceš si ji koupit?

NinaB2: Tvoje raketa má větší hodnotu než 150 zedů. Když mi dáš číslo bankovního účtu, můžu ti tam převést rovnou 200 zedů a ty mi pošleš raketu. Co říkáš?

ZUZKA: Díky za nabídku, ale radši použiju platební systém webu.

Zaměření otázky	Posoudit riziko při online transakci
Oblast	Finanční prostředí
Kontext	Osobní sféra
Proces	Vyhodnocování finančních záležitostí
Obtížnost	Úroveň 2



Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ: Kód 1

Žák uvede přijatelné vysvětlení založené na jednom či více z následujících přístupů:

Uvědomuje si, že by se ji potenciální kupující mohl pokusit podvést.

Například:

- NinaB2 se ji možná pokouší podvést.
- Nabídka vypadá příliš dobře, aby to byla pravda.
- Je podezřelé, že NinaB2 by chtěla nabídnout více peněz, než co Zuzka požaduje.

Uvědomuje si, že je riskantní sdílet údaje o svém bankovním účtu.

Například:

- Sdílení informací o bankovním účtu by mohlo ohrozit její účet.
- Bankovní údaje Zuzky mohou být NinouB2 zneužity.
- Je riskantní, aby sdílela informace o svém účtu s někým, koho nezná.
- NinaB2 by mohla vybrat z jejího účtu peníze, místo aby jí zaplatila.

Uvědomuje si, že používání platebního systému na tomto webu by pravděpodobně bylo bezpečnější.

Například:

- Platební systém na webu je bezpečnější.
- Systém webových stránek bude spolehlivější než metoda navržená NinouB2.

Uvede, že Zuzka by mohla za použití alternativní platební metody dostat nějakou finanční pokutu nebo by mohla být na webové stránce nějak znevýhodněna.

Například:

- Webové stránky jí mohou účtovat poplatek za to, že nebyl použit jejich způsob platby.
- Její účet by mohl být zrušen, pokud je v rozporu s podmínkami webové stránky.

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ

Kód 0: Jiné odpovědi

- Může od jiného kupujícího získat víc peněz. [*Neuvádí důvod související s rizikem/riziky spojeným/i s konkrétní transakcí.*]
- Může sjednat cenu s dalšími potenciálními kupci.
- Je to riskantní [*Nepřijatelné. Nespecifikuje konkrétní riziko.*]
- Web nabízí dobrý platební systém. [*Neuvádí se jasně, že systém webu je bezpečnější.*]
- Protože NinuB2 nezná. [*Prodávající s největší pravděpodobností nebude znát kupujícího, takže není jasné, jak by ji to mělo utvrdit v rozhodnutí odmítnout nabídku.*]

Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	45,2	47,2	43,3
Průměr zemí OECD	51,8	52,8	50,8
Rozložení odpovědí českých žáků (2022)	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	45,2	25,9	28,8

Komentář

Tato otázka hodnotí povědomí žáků o finančních rizicích nedostatečné ochrany dat. Vyžaduje od žáků kritické uvažování při posouzení dané situace. Musí přitom vzít v úvahu aspekty, které nejsou přímo uvedeny v textu otázky. Úloha spadá do druhé dovednostní úrovně, která je považována za základní úroveň finanční gramotnosti pro budoucí uplatnění žáků. Odpověď, která byla vyhodnocena jako úplná, uvedla necelá polovina českých žáků (45,2 %), což je méně, než činí průměr zemí OECD (51,8 %). Úplnou odpověď zvolilo v České republice 47,2 % dívek a 43,3 % chlapců.

3

Uvolněné úlohy PISA 2018

3 UVOLNĚNÉ ÚLOHY PISA 2018

Následující úlohy byly uvolněny v roce 2018, v němž se Česká republika šetření finanční gramotnosti neúčastnila. Uvedené úlohy byly nicméně žákům zadávány také v předešlých cyklech šetření. Uvádíme proto český překlad úloh, který byl připraven pro cyklus PISA 2012 (žáci v tomto roce vypracovávali testy PISA v papírové podobě, nikoli na počítači). Uvedené četnosti a úspěšnosti českých žáků se rovněž vztahují k roku 2012, když čeští žáci vypracovávali tyto úlohy naposledy.

3.1 Úloha 1 | Náklady na provoz auta

Otázka 1

NÁKLADY NA PROVOZ AUTA

Pan Kolář si chce vzít půjčku, aby pro svou rodinu koupil auto. Půjčka má pevnou úrokovou sazbu. Jeden z výdajů, které panu Kolářovi vyvstanou, jsou měsíční splátky půjčky. K tomu přibudou náklady na provoz auta, jako jsou výdaje za benzín, údržbu a opravy.

Některé výdaje vzrostou, pokud bude rodina auto více využívat, ale jiné zůstanou stejné. V každém řádku zakroužkuj buď „Vzrostou“, nebo „Zůstanou stejné“ – podle toho, co se pravděpodobně stane, když bude rodina auto více využívat.

Výdaj	Co se pravděpodobně stane s výdaji, když bude rodina auto více využívat?
Měsíční splátky půjčky	Vzrostou / Zůstanou stejné
Výdaje za benzín	Vzrostou / Zůstanou stejné
Výdaje za opravy a údržbu	Vzrostou / Zůstanou stejné

Zaměření otázky	Pochopit fixní a variabilní náklady
Oblast	Plánování a hospodaření s financemi
Kontext	Domov a rodina
Proces	Analýzování finančních informací a situací
Obtížnost	Úroveň 3

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 1: Všechny tři odpovědi správně: Zůstanou stejné, Vzrostou, Vzrostou – v tomto pořadí

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Méně než tři správné odpovědi

Kód 9: Bez odpovědi.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	81,4	81,7	81,1
Průměr zemí OECD	74,8	75,7	73,9

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 1	Kód 0		Kód 9	
	Všechny tři odpovědi správně	Dvě odpovědi správně	Jedna odpověď správně	Žádná odpověď správně	Bez odpovědi
Četnost (%)	81,4	9,7	5,7	1,5	1,8

i Komentář

Pochopení fixních a variabilních nákladů je důležitou součástí plánování financí pro jednotlivce nebo rodinu. Tato úloha zjišťuje, zda žáci dovedou rozlišit mezi fixními a variabilními náklady spojenými s provozem automobilu. Otázka spadá do kategorie analyzování finančních informací a situací, protože by žáci měli umět rozpoznat něco, co není explicitní, a pochopit důsledky, které má častější používání automobilu na různé typy nákladů. V České republice otázku správně zodpovědělo 81,4 % žáků, což bylo nejvíce ze 13 zapojených zemí OECD.

3.2 Úloha 2 | Hi-fi věž

Otázka 1

HI-FI VĚŽ

Katka požádala svou banku o půjčku 2 000 tolarů, aby si mohla koupit hi-fi věž.

Katka si může vybrat, jestli půjčku splatí do dvou let, nebo do tří let. Roční úroková sazba je v obou případech stejná.

V tabulce jsou uvedeny podmínky splácení půjčky 2 000 tolarů na **dva** roky.

Splátkové období	Měsíční splátka (v tolaře)	Celkem zapláceno (v tolaře)	Celkový zaplacený úrok (v tolaře)
dva roky	91,67	2 200,08	200,08

Jak se budou lišit podmínky splácení půjčky 2 000 tolarů na **tři** roky oproti podmínkám splácení na dva roky? V každém řádku zakroužkuj „Pravdivé“ nebo „Nepravdivé“.

Tvrzení	Je tvrzení pravdivé nebo nepravdivé?
Měsíční splátka u půjčky na tři roky bude vyšší.	Pravdivé / Nepravdivé
Celkový zaplacený úrok u půjčky na tři roky bude vyšší.	Pravdivé / Nepravdivé

Zaměření otázky	Porozumět vlivu délky splácení na výši splátek a celkové náklady
Oblast	Plánování a hospodaření s financemi
Kontext	Osobní sféra
Proces	Analyzování finančních informací a situací
Obtížnost	Úroveň 4

Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 1: Obě odpovědi správně: Nepravdivé, Pravdivé – v tomto pořadí

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Méně než dvě správné odpovědi

Kód 9: Bez odpovědi

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	64,6	62,5	66,4
Průměr zemí OECD	57,7	57,1	58,3

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 1	Kód 0		Kód 9
	Obě odpovědi správně	Jedna odpověď správně	Žádná odpověď správně	Bez odpovědi
Četnost (%)	64,6	25,3	8,5	1,6

Komentář

Tato otázka vyžaduje od žáka, aby určil, jaký vliv má prodloužení doby splácení úvěru ze dvou let na tři roky na výši měsíční splátky a na celkovou výši zaplacených úroků. Vzhledem k tomu, že spotřebitelský úvěr je pro mladé lidi široce dostupný a v některých zemích může být možnost půjčky nabízena přímo při nákupu, je důležité, aby žáci rozuměli tomu, jak úvěry fungují, a mohli se informovaně rozhodnout, zda pro ně takový úvěr představuje tu nejlepší možnost. Žáci mohou takovému rozhodnutí v blízké budoucnosti čelit, například pokud si budou chtít koupit vybavení do domácnosti nebo vybavení pro podnikání. Otázka vyžaduje schopnost plánovat a předvídat budoucí důsledky výběru úvěrů s různou dobou splatnosti, aniž by bylo nutné provádět jakékoli výpočty. Téměř dvě třetiny českých žáků (64,6 %) dovedly v úloze správně určit, že měsíční splátka nebude při delší době splácení vyšší, ale zároveň, že se zvýší zaplacené úroky. V průměru zemí OECD zvolilo obě správné odpovědi 57,7 % žáků.

3.3 Úloha 3 | Výpis z účtu

Otázka 1

VÝPIS Z ÚČTU

Paní Občanová převádí každý týden 130 tolarů na bankovní účet svého syna.

Za každý převod si banky v Tolarsku účtují poplatek.

Od své banky dostala paní Občanová tento výpis z účtu za listopad 2011.

TOLBANKA				
Výpis z účtu pro: Paní Občanová		Druh účtu: Běžný		
Měsíc: Listopad 2011		Číslo účtu: T0005689		
Datum	Popis transakce	Příjem	Výdej	Zůstatek
1. 11.	Počáteční zůstatek			1 780,25
5. 11.	Výplata	575,00		2 355,25
5. 11.	Převod		130,00	2 225,25
5. 11.	Poplatek za převod		1,50	2 223,75
12. 11.	Výplata	575,00		2 798,75
12. 11.	Převod		130,00	2 668,75
12. 11.	Poplatek za převod		1,50	2 667,25
13. 11.	Výběr		165,00	2 502,25
19. 11.	Výplata	575,00		3 077,25
19. 11.	Převod		130,00	2 947,25
19. 11.	Poplatek za převod		1,50	2 945,75
26. 11.	Výplata	575,00		3 520,75
26. 11.	Převod		130,00	3 390,75
26. 11.	Poplatek za převod		1,50	3 389,25
27. 11.	Výběr		180,00	3 209,25
27. 11.	Výběr (nájem)		1 200,00	2 009,25
30. 11.	Úrok	6,10		2 015,35

Kolik celkem činily poplatky, které si banka v listopadu naúčtovala?

Bankovní poplatky v tolaích celkem:

Zaměření otázky	Identifikovat bankovní poplatky ve výpisu z účtu
Oblast	Peníze a transakce
Kontext	Domov a rodina
Proces	Identifikace finančních informací
Obtížnost	Úroveň 4

 Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ
Kód 1: 6,00
Například: • 6 • 6,0 • Šest [<i>Psáno slovy.</i>] • $1,5 \times 4$ [<i>Neúplná odpověď, zápis však dostatečně ukazuje přijatelný postup a porozumění.</i>]
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ
Kód 0: Jiné odpovědi.
Například: • Šedesát • $1,5 \times 3$ [<i>Neodpovídá to celkovým bankovním poplatkům.</i>] • 600
Kód 9: Nezodpovězeno.

 Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	60,9	58,1	63,4
Průměr zemí OECD	50,4	50,5	50,3
Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	60,9	24,4	14,7

 Komentář

Tato otázka vyžaduje od žáků umět správně přečíst a interpretovat finanční dokument, v tomto případě výpis z účtu. Žáci mají identifikovat bankovní poplatky z výpisu a provést jednoduchý výpočet pomocí sčítání nebo násobení. Účelem otázky je ověřit, zda žáci dokážou vyhledat informace ve výpisu, přičemž si musí všimnout, že nejsou prezentovány jako celkový součet, ale jako jednotlivé dílčí transakce. Tyto dovednosti jsou zásadní pro správné pochopení informací získaných od poskytovatelů finančních služeb. Přestože zvolená podoba výpisu z účtu nemusí být v současné době pro žáky relevantní s ohledem na rozšíření nových forem správy vlastních financí, problematika skrytých transakčních poplatků zůstává relevantní i nadále. Správnou odpověď „6“ uvedlo 50,9 % českých žáků, což je o více než 10 procentních bodů více, než činil průměr zapojených zemí OECD.

Otázka 2

Další peněžní převody proběhly 3. prosince:

- Paní Občanové přišla na účet výplata ve výši 575 tolarů.
- Paní Občanová převedla 130 tolarů na účet svého syna.

Paní Občanová neprovedla 3. prosince žádný další peněžní převod.

Jaký byl 3. prosince konečný zůstatek na jejím účtu?

Zůstatek v tolaích:

Zaměření otázky	Spočítat konečný zůstatek na účtu při znalosti počátečního zůstatku a sumy transakce
Oblast	Peníze a transakce
Kontext	Domov a rodina
Proces	Analýza finančních informací a situací
Obtížnost	Úroveň 5 (úplná & částečná odpověď)

 Vyhodnocení otázky
ÚPLNÁ ODPOVĚĎ

Kód 21: 2458,85

Například:

- Dva tisíce čtyři sta padesát osm tolarů a osmdesát pět haléřů. [*Správná alternativa. Přijměte jako odpověď.*]
- 2458 tolarů a 85 centů [*Správná alternativa. Přijměte jako odpověď.*]
- $2015,35 + 575 - 130 - 1,50$ [*Neúplná odpověď, zápis však dostatečně ukazuje přijatelný postup a porozumění.*]

ČÁSTEČNÁ ODPOVĚĎ

Kód 11: Jakákoli hodnota v rozmezí od 2458 do 2459 včetně [*Správná hodnota pro kód 21 zaokrouhlená na celé číslo v tolaích nebo menší chyby ve výpočtu nebo přepisu pouze v počtu centů, haléřů apod.*]

Například:

- 2458 [*Předpokládáme, že žák získal správnou hodnotu, ale myslel, že „Zůstatek v tolaích“ znamená „celou část čísla“.*]
- 2459 [*Předpokládáme, že žák získal správnou hodnotu, ale myslel, že „Zůstatek v tolaích“ znamená číslo zaokrouhlené „k nejbližšímu celému tolaru“.*]
- 2458,05 [*Menší chyba ve výpočtu nebo přepisu pouze na desetinných místech*]
- 2458,58 [*Pravděpodobné zopakování předchozích čísel – pravděpodobně chyba v přepisu*]

Kód 12: 2460,35 [*Nebyly odečteny transakční poplatky. Uznejte též 2460.*]

Například:

- 2460 tolarů a 35 haléřů [*Přijatelný alternativní zápis 2460,35*]
- $2015,35 + 575 - 130$ [*Neúplná odpověď, zápis však dostatečně ukazuje přijatelný postup a porozumění vyjma toho, že žák opomněl poplatek za převod.*]
- 2460 [*Předpokládáme, že žák neodečetl poplatek za převod a myslel, že „Zůstatek v tolaích“ znamená „pouze celou část čísla“.*]

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ

Kód 00: Jiné odpovědi.

Například:

- 2 455,85 [*Chyba v počtu celých tolarů*]
- 443,50 [*Nepřipočetl zůstatek z 30. listopadu.*]

Kód 99: Nezodpovězeno.

 Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	32,8	33,1	32,5
Průměr zemí OECD	25,6	24,9	26,2

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 21	Kód 11	Kód 12	Kód 00	Kód 99
Četnost (%)	26,3	1,4	11,6	45,6	15,1

 Komentář

Druhá otázka úlohy Výpis z účtu vyžaduje, aby žáci vypočítali zůstatek na bankovním účtu v daném časovém okamžiku na základě počátečního zůstatku a provedených transakcí. Aby žáci obdrželi plný počet bodů, musí prokázat, že dovedou nejen správně ve výpisu identifikovat příjmy (částky přičtené) a výdaje (částky odečtené), ale také zohlednit transakční poplatky. Správná odpověď pro získání plného počtu bodů je 2 458,85, tj. $2015,35 + 575 - 130 - 1,50$. Částečný počet bodů získali žáci, kteří uvedli hodnoty v rozsahu 2 458 až 2 459 včetně (hodnota zaokrouhlená na celé toлары, případně drobná chyba ve výpočtu nebo chyba při přepisu), nebo žáci, kteří nezohlednili poplatek za převod (2 460,35 nebo 2 460). V České republice uvedla úplnou odpověď přibližně čtvrtina žáků. 11,6 % českých žáků pak správně vypočítalo hodnotu zůstatku v závislosti na příchozí a odchozí platbě, aniž by však zohlednilo transakční poplatek.

3.4 Úloha 4 | Telefonní tarify

Otázka 1

TELEFONNÍ TARIFY

Bolek žije v Tolarsku a má mobilní telefon. Může si vybrat ze dvou různých telefonních tarifů.

Tarif 1

- Účet za telefon se platí na konci měsíce.
- Účet se skládá z ceny za uskutečněné volání a z měsíčního poplatku.

Tarif 2

- Kredit za volání se platí předem.
- Kredit platí maximálně jeden měsíc, nebo dokud se nevyčerpá.

Jaká může být jedna **finanční** výhoda využívání **Tarifu 2**?

.....

.....

Zaměření otázky	Vysvětlit možnou finanční výhodu předplaceného telefonního tarifu
Oblast	Plánování a hospodaření s financemi
Kontext	Osobní sféra
Proces	Analýzování finančních informací a situací
Obtížnost	Úroveň 3



Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ
Kód 11: Žák zmíní jednoduchost plánování nebo dodržení stanoveného rozpočtu.
Například: • Člověk přesně ví, kolik to bude stát. • Člověk si může předem vybrat, kolik si může dovolit utratit. • Pomáhá to lépe si rozvrhnout finance. • Znamená to, že se člověk nedostane přes limit. • Člověka nezaskočí velký účet za telefon na konci měsíce. • Koupíš si jen tak velký kredit, jaký potřebuješ.
Kód 12: Žák zmíní, že <u>neexistuje měsíční poplatek</u> (jako u Tarifu 1).
• Člověk nemusí platit měsíční poplatek.
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ
Kód 0: Jiné odpovědi.
• Je to levnější. <i>[Bez vysvětlení.]</i> • Člověk může používat telefon, dokud mu nevyprší kredit. <i>[Opakuje předlohu.]</i> • Platíš pouze za hovory, které provoláš. <i>[Odpovídá Tarifu 2.]</i>
Kód 9: Nezodpovězeno.



Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	57,6	63,2	52,6
Průměr zemí OECD	59,0	61,8	56,3

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 11	Kód 12	Kód 00	Kód 99
Četnost (%)	40,5	17,1	33,5	9,0

Komentář

Cílem otázky je analyzovat informace v kontextu tarifů mobilních telefonů – situace, se kterou se už mnoho patnáctiletých setkalo, případně se s ní setká v blízké budoucnosti. Žák má vysvětlit možnou finanční výhodu předplaceného tarifu. Žák by měl rozpoznat, že předplacený tarif nevyžaduje měsíční poplatek nebo že může uživateli pomoci nepřekročit předem daný limit výdajů. S úlohou si poradilo 58 % českých žáků, což přibližně odpovídá průměru zemí OECD. Při řešení byly úspěšnější dívky ve srovnání s chlapci.

Otázka 2

Bolek se rozhodne pro Tarif 1. Teď si musí vybrat telefonního operátora.

V tabulce jsou údaje čtyř různých telefonních operátorů, kteří nabízejí Tarif 1. Všechny ceny jsou v tolarech.

	Operátor 1	Operátor 2	Operátor 3	Operátor 4
Měsíční poplatek (tolarů)	20	20	30	30
Cena za minutu hovoru (tolarů)	0,27	0,25	0,30	0,25
Počet volných minut za měsíc	90	90	60	60
Cena za SMS (tolarů)	0,02	0,02	zdarma	0,01
Počet volných SMS za měsíc	200	100	neomezeno	200



Bolek

Každý den provolám asi hodinu,
ale SMS posílám málokdy.

Který operátor nabízí Bolkovi nejvýhodnější podmínky?

- A Operátor 1
- B Operátor 2
- C Operátor 3
- D Operátor 4

Zaměření otázky	Vybrat nejvhodnější telefonní tarif pro konkrétního jedince
Oblast	Plánování a hospodaření s financemi
Kontext	Osobní sféra
Proces	Analýza finančních informací a situací
Obtížnost	Úroveň 3



Vyhodnocení otázky

Správná odpověď: B (Operátor 2)

Kód 9 zahrnuje případy bez odpovědi.



Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	76,7	78,8	75,0
Průměr zemí OECD	74,9	75,8	74,1

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	A	B	C	D	Kód 99
Četnost (%)	4,0	76,7	10,6	7,0	1,7



Komentář

Tato otázka se zaměřuje na schopnost žáků vybrat nejvhodnější tarif pro konkrétního uživatele. Žáci musí porovnat podmínky nabízené různými mobilními operátory z hlediska více kritérií, např. paušálních poplatků, cen hovorů a zpráv, vybrat ta nejrelevantnější a nalézt nejlepší nabídku pro osobu s konkrétními potřebami. Pro Bolka se jeví jako nejlepší řešení výběr Operátora 2. Správnou možnost B zvolilo 77 % českých žáků, což přibližně odpovídá průměru zemí OECD.

3.5 Úloha 5 | Vyzváněcí tóny

Otázka 1

VYZVÁNĚCÍ TÓNY

Karel uviděl v časopise pro teenagery tuto reklamu.

Pořid' si do mobilu různá vyzvánění **Drzá opice™**.
Až ti zavolají kamarádi, bude tvůj mobil vřískat jako opice.

Získej jedno HNED za pouhé 3 tolary*



**Pošli SMS ve tvaru OPICE na číslo
900 134 567**

* Každý vyzváněcí tón stojí 3 tolary. Odesláním SMS ve tvaru OPICE na číslo 900 134 567 zákazník souhlasí s tím, že každý den obdrží jiný vyzváněcí tón Drzá opice™. Zákazník může smlouvu kdykoli zrušit odesláním SMS ve tvaru STOP na číslo 900 134 567. Poplatek za zrušení je 5 tolarů.

Karel má v mobilu kredit 30 tolarů.

Pošle SMS ve tvaru OPICE na 900 134 567.

Pak už Karel z mobilu **netelefonuje** ani **neposílá** SMS. **Nedobije** si kredit.

Jaký kredit bude mít Karel v mobilu přesně o týden později?

Kredit v tolarech:

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ
Kód 1: 9 nebo 6 [<i>Uznáním hodnot 9 a 6 připouštíme více možností, kdy došlo k prvnímu nebo poslednímu zaslání vyzváněcího tónu.</i>]
Například: • devět • $30 - 7 \times 3 = 8$ [<i>Je vidět porozumění a vhodný postup. Malá chyba v násobení nebo dělení může být tolerována.</i>] • šest
NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ
Kód 0: Jiné odpovědi.
Například: • 8 [<i>Nepředveden způsob výpočtu – není vidět porozumění nebo vhodný postup.</i>] • 4
Kód 9: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	56,2	59,4	53,4
Průměr zemí OECD	53,6	53,4	53,8
Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 1	Kód 0	Kód 9
Četnost (%)	56,2	39,0	4,9

Komentář

Tato otázka vyžaduje, aby žáci věnovali pozornost drobnému písmu, správně interpretovali smluvní podmínky při koupi služby a poté vypočítali, jaký dopad to bude mít na jejich skutečné náklady. Uvedená úloha z cyklu PISA 2012 byla vytvářena v době, kdy byl nákup vyzváněcích melodii běžnou záležitostí; přestože se reklamy na vyzváněcí tóny v některých zemích mezitím změnily, obdobné situace zůstávají relevantní i dnes. Žáci se mohou stále setkávat s inzertaty v podobném formátu, které propagují např. digitální hry či aplikace.

Při řešení otázky se použije myšlenkový proces „uplatňování finančních znalostí a porozumění“, protože od žáků vyžaduje provedení základních výpočtů (násobení a odčítání) s přihlédnutím k více faktorům, které nejsou na první pohled zřejmé (koupi jednoho vyzvánění uživatel souhlasí s tím, že bude každý den dostávat – a platit – nové vyzvánění). Úloha zároveň upozorňuje na širší problém, kterému mladí lidé čelí, když začínají činit finanční rozhodnutí a hospodařit s vlastními penězi.

Impulzivní nákup za 3 zedy bez přečtení drobného písmu by žáka stál minimálně 8 zedů, i kdyby si chybu uvědomil okamžitě. Správná odpověď je 9 nebo 6, s ohledem na možnou nejasnost ohledně toho, kdy proběhne poslední stažení vyzváněcího tónu. V České republice správnou odpověď uvedlo 56,2 % žáků, což je o necelé 3 procentní body více než průměr zemí OECD.

3.6 Úloha 6 | Nakupování na internetu

Otázka 1

NAKUPOVÁNÍ NA INTERNETU

Karel sedí u počítače v internetové kavárně. Otevře si stránku internetového obchodu se sportovními potřebami. Vybere si fotbalový míč a zadá údaje o své platební kartě.

Při nákupu zboží na internetu je důležitá bezpečnost finančních údajů.

Napiš jednu věc, kterou by mohl Karel udělat, aby zvýšil bezpečnost při nakupování na internetu.

.....

.....

.....

Zaměření otázky	Rozpoznat bezpečné chování při nakupování na internetu
Oblast	Finanční prostředí
Kontext	Společenská sféra
Proces	Vyhodnocování finančních záležitostí
Obtížnost	Úroveň 4

Vyhodnocení otázky

ÚPLNÁ ODPOVĚĎ

Kód 11: Zmíní, že je lepší použít zabezpečený počítač místo počítače veřejně přístupného.

Například:

- Použít vlastní (nebo soukromý) počítač.
- Udělat to doma.
- Použít počítač, kde jsou vypnuté cookies.
- Ujistí se, že se nikdo nedívá. [*Popíše chování na veřejnosti, které zvýší bezpečnost.*]
- Po nákupu vymazat historii prohlížeče.
- Nedělat to na veřejném místě a veřejně přístupném počítači.

Kód 12: Zmíní jinou bezpečnější metodu placení na internetu.

Například:

- Použít PayPal.
- Použít důvěryhodnou metodu internetového placení třetí straně. [*Toto může být specifické pro každou zemi.*]
- Koupí si předplacenou platební kartu, takže nezveřejní své bankovní údaje

Kód 13: Zmíní použití důvěryhodné webové stránky.

Například:

- Ještě před nákupem se přesvědčit, že má webová stránka bezpečnostní certifikát.
- Podívat se na internetové hodnocení, jestli je stránka důvěryhodná.
- Ujistit se, že se jedná o stránku s protokolem https.
- Ujistit se, že jde o bezpečnou webovou stránku.

NEVYHOVUJÍCÍ ODPOVĚĎ

Kód 00: Jiné odpovědi.

- Nekupovat fotbalový míč.
- Jít do obchodu a zaplatit hotově. [*Nesouvisí s metodou platby po internetu.*]
- Použít platební kartu rodičů. [*Toto nezvyšuje bezpečnost.*]
- Použít jinou platební kartu. [*Nedostatečná odpověď.*]

Kód 99: Nezodpovězeno.

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	32,0	31,3	32,6
Průměr zemí OECD	46,8	47,3	46,3

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 11	Kód 12	Kód 13	Kód 00	Kód 99
Četnost (%)	17,2	0,1	14,2	45,7	22,3

Komentář

Žáci se mají v otázce zamyslet nad možnými riziky provádění finančních transakcí online na počítačích na veřejných místech a tato rizika vyhodnotit. Internetové kavárny jsou v rozvinutých zemích již méně rozšířené než v době, kdy byla úloha vytvářena, přesto mladí lidé mohou stále sdílet počítače s přáteli či spolužáky, provádět online platby na veřejných místech příležitostně nebo používat veřejnou wi-fi k přístupu k osobním údajům.

V případě této úlohy jsou všechny potřebné informace uvedeny přímo v zadání, ale pro získání některého z kódů pro úplnou odpověď musí žáci určit, které informace jsou relevantní, a zamyslet se nad důsledky konkrétního jednání. Plný počet bodů je udělen různým odpovědím, např. pokud se žák odkáže na použití zabezpečeného počítače místo počítače na veřejném místě, na využití bezpečnějšího způsobu online platby nebo na použití důvěryhodné webové stránky.

V mezinárodním srovnání se podařilo úlohu správně zodpovědět výrazně podprůměrnému podílu českých žáků (32 %). V průměru zemí OECD to bylo o 15 procentních bodů více.

3.7 Úloha 7 | Smlouva na mobilní telefon

Otázka 1

SMLOUVA NA MOBILNÍ TELEFON

Adam chce mobilní telefon, ale není dost starý na to, aby mohl podepsat smlouvu.

Maminka Adamovi mobil koupí a podepíše za něj smlouvu na jeden rok.

Adam souhlasí, že si měsíční účty za mobil bude platit sám.

Po 6 týdnech Adamova maminka zjistí, že účet ještě **není** zaplacený.

Jsou tato tvrzení o účtu za mobil pravdivá, nebo nepravdivá?

V každém řádku zakroužkuj „Pravdivé“ nebo „Nepravdivé“.

Tvrzení	Je tvrzení o mobilním telefonu pravdivé nebo nepravdivé?
Adamova maminka je ze zákona povinna zaplatit účet.	Pravdivé / Nepravdivé
Jestliže Adam nebo jeho maminka účet nezaplatí, musí to udělat obchod s mobilními telefony.	Pravdivé / Nepravdivé
Účet se nemusí zaplatit, když Adam vrátí mobilní telefon do obchodu.	Pravdivé / Nepravdivé

Zaměření otázky	Zhodnotit finanční důsledky podepsání právoplatné smlouvy
Oblast	Finanční prostředí
Kontext	Domov a rodina
Proces	Vyhodnocování finančních záležitostí
Obtížnost	Úroveň 2



Vyhodnocení otázky

Úplná odpověď

Kód 1: Všechny tři odpovědi správně: Pravdivé, Nepravdivé, Nepravdivé – v tomto pořadí

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Méně než tři správné odpovědi

Kód 9: Bez odpovědi

Úspěšnost žáků

Úspěšnost žáků (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika	69,4	73,3	65,9
Průměr zemí OECD	75,6	78,1	73,3

Rozložení odpovědí českých žáků (2012)	Kód 1	Kód 0		Kód 9	
	Všechny tři odpovědi správně	Dvě odpovědi správně	Jedna odpověď správně	Žádná odpověď správně	Bez odpovědi
Četnost (%)	69,4	24,6	4,6	0,9	0,6

Komentář

Tato otázka je další ukázkou toho, jak PISA propojuje finanční gramotnost se situacemi, které žáci znají z každodenního života. Aby žáci na tuto otázku odpověděli správně, měli by chápat právní důsledky finančních smluv a rozpoznat možné finanční dopady na jiné osoby (Adamovu matku), pokud smlouva nebude dodržena (například pokud Adam nezaplatí účet za telefon). Otázka tak pomáhá rozvíjet zodpovědné finanční chování a právní povědomí. I když žáci ve věku 15 let ještě podepisovat smlouvy nemohou, brzy se s obdobnými právními závazky a jejich finančními důsledky setkají. Plné pochopení otázky prokázalo 69 % českých žáků, což je i přes dobrý výsledek stále o 6 procentních bodů méně, než činil mezinárodní průměr OECD.



Příloha

PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně

PŘÍLOHA 1 | Dovednostní úrovně – finanční gramotnost

Úroveň 1 (od 326 bodů)

Na úrovni 1 žáci dovedou identifikovat běžné finanční produkty a pojmy a interpretovat informace týkající se základních finančních pojmů. Dokážou rozpoznat rozdíl mezi tím, co potřebují, a tím, co chtějí, a mohou činit jednoduchá rozhodnutí o každodenních výdajích. Jsou schopni rozpoznat účel běžných finančních dokumentů, jako je faktura, a uplatňovat jednoduché základní početní operace (sčítání, odčítání nebo násobení) ve finančních souvislostech, které pravděpodobně osobně zažili.

Úroveň 2 – základní (od 400 bodů)

Na úrovni 2 začínají žáci uplatňovat své znalosti běžných finančních produktů a běžně používaných finančních pojmů a konceptů. Dokážou využít dané informace k přijímání finančních rozhodnutí v souvislostech, které se jich bezprostředně týkají. Umí rozpoznat hodnotu jednoduchého rozpočtu a interpretovat důležité aspekty běžných finančních dokumentů. Dokážou použít jednotlivé základní početní operace včetně dělení k zodpovězení finančních otázek. Prokazují porozumění vztahům mezi různými finančními prvky, jako je míra užítka a vynaložené náklady.

Úroveň 3 (od 475 bodů)

Na této úrovni žáci dokážou aplikovat své znalosti běžně používaných finančních pojmů, konceptů a produktů na situace, které se jich týkají. Začínají zvažovat důsledky finančních rozhodnutí a dokážou vytvářet jednoduché finanční plány ve známých kontextech. Dokážou jednoduše interpretovat různé finanční dokumenty a umí použít různé základní početní operace včetně výpočtu procent. Dovedou zvolit vhodné početní operace potřebné k vyřešení každodenních problémů v relativně běžných kontextech finanční gramotnosti, jako jsou například výpočty rozpočtu.

Úroveň 4 (od 550 bodů)

Na úrovni 4 žáci dokážou používat své znalosti méně obvyklých finančních pojmů a konceptů v souvislostech, které pro ně budou důležité v dospělosti, jako je správa bankovních účtů nebo složené úročení spořicího produktu. Umí interpretovat a vyhodnotit různé podrobné finanční dokumenty, jako jsou bankovní výpisy, a vysvětlit funkce méně obvyklých finančních produktů. Dokážou činit finanční rozhodnutí s ohledem na dlouhodobější důsledky, například pochopit celkové náklady spojené se splácením půjčky po delší dobu, a umí řešit běžné problémy v méně obvyklých finančních souvislostech.

Úroveň 5 (od 625 bodů)

Na úrovni 5 žáci dovedou používat své znalosti široké škály finančních pojmů a konceptů v souvislostech, které mohou být pro jejich život důležité až v dlouhodobém horizontu. Dokážou analyzovat složité finanční produkty a zohlednit vlastnosti finančních produktů, které jsou důležité, ale nejsou uvedeny nebo nejsou zřejmé na první pohled, jako jsou transakční náklady. Pracují s vysokou mírou přesnosti, řeší neobvyklé finanční problémy a umí popsat možné výsledky finančních rozhodnutí, přičemž prokazují porozumění širšímu finančnímu prostředí, jako je například daň z příjmu.